

Cognome e Nome _____

Matricola _____

Esercizio

Si consideri un processo puntuale con tempi di arrivo, dopo l'origine, $\{t_1, t_2, \dots\}$, e tempi di interarrivo $\{\tau_1, \tau_2, \dots\}$, indipendenti ed equidistribuiti. Si supponga inoltre $t_1 = \tau_1$. Indicato con $N_a(w, t]$ il numero di arrivi del processo nell'intervallo $(w, t]$,

1. calcolare la probabilità $P[N_a(0, 1] = 1, N_a(0, 2] \geq 2]$ nell'ipotesi in cui i τ_i abbiano distribuzione esponenziale unilatera di parametro λ ;
2. calcolare la probabilità $P[N_a(0, 1] = 1, N_a(0, 2] \geq 2]$ nell'ipotesi in cui i τ_i abbiano distribuzione di Erlang di indice 2 e parametro λ ;
3. calcolare la probabilità condizionata $P[N_a(0, 1] = 1 | N_a(0, 2] \geq 2]$ nell'ipotesi in cui i τ_i abbiano distribuzione uniforme nell'intervallo $[0, 4]$.

Nota: Una v.a. di Erlang di indice k e parametro λ può essere espressa come la somma di v.a. indipendenti ed equidistribuite, con distribuzione esponenziale unilatera di parametro λ . La densità di probabilità ha l'espressione

$$f(a; k, \lambda) = \frac{\lambda^k a^{k-1} e^{-\lambda a}}{(k-1)!}, \quad a \geq 0,$$

e la distribuzione ha l'espressione

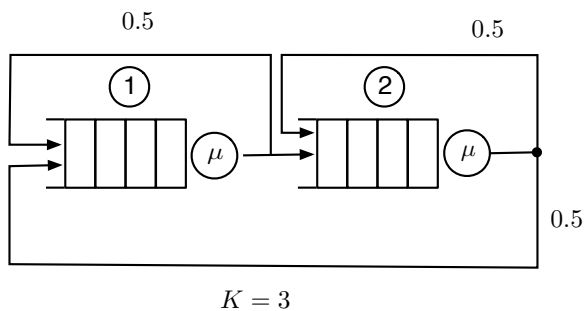
$$F(a; k, \lambda) = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} e^{-\lambda a} \frac{(\lambda a)^n}{n!}, \quad a \geq 0.$$

Cognome e Nome _____

Matricola _____

Esercizio

Si consideri la rete di code chiusa di figura, in cui viene indicata la probabilità di ritorno all'ingresso delle code. I tempi di servizio delle code sono indipendenti e esponenzialmente distribuiti con parametro $\mu \text{ s}^{-1}$. Il numero complessivo di clienti nella rete è $K = 3$.



1. Disegnare il diagramma di diffusione della catena di Markov associata al sistema di code;
2. calcolare il numero medio di clienti e il tempo medio di sistema nelle due code;
3. calcolare la probabilità di avere uno o più clienti nella coda 1, sotto la condizione che la coda 2 non sia vuota.

Cognome e Nome _____

Matricola _____

Domanda

La coda $M/E_k/1$.

Cognome e Nome _____

Matricola _____

Domanda

Ritardo medio in una rete di calcolatori.

Cognome e Nome _____

Matricola _____

Esercizio

Scrivere una procedura in pseudocodice per la generazione di una variabile pseudo-aleatoria con densità di probabilità

$$f(a) = \begin{cases} \varphi(a/2), & a \geq 0 \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove $\varphi(a)$ è la densità di una v.a. gaussiana normalizzata.

Nota: Si consiglia di esprimere preventivamente la densità della v.a. $y = |x|$ in funzione della densità della v.a. continua x .