Prova di accertamento di Comunicazioni Elettriche A.A. 2007/08

laurea triennale

Cognome e Nome ______________________________ Matricola ______________

Domanda

Quantizzazione uniforme, con valutazione del rapporto segnale/rumore di quantizzazione ad elevati bit-rate.

Prova di accertamento di Comunicazioni Elettriche	A.A. 2007/08
laurea triennale e vecchio ordinamento	
Cognome e Nome ______________________________	Matricola ______________

Esercizi

1. Si consideri un processo aletorio $a(kT)$ a simboli indipendenti ed equiprobabili, con alfabeto $\{0, 1\}$. Calcolare la densità spettrale e la potenza statistica del processo
$$b(kT) = a(kT) - a(kT - T).$$

2. In un sistema di trasmissione SSB, il mezzo trasmissivo introduce una attenuazione in potenza pari a $(A)_{dB} = 40$ dB. Il segnale di informazione è modellato come un processo aleatorio con correlazione $r_x(\tau) = r_0 \,\mathrm{sinc}^2(3B\tau)$, $B = 10$ kHz. Il rumore è bianco con densità spettrale R_0. Si assumano i filtri di trasmissione e ricezione ideali. L'ampiezza della risposta in frequenza del filtro in trasmissione vale $A_T = 1000$. Determinare il rapporto r_0/R_0 in modo da avere un rapporto segnale/rumore complessivo $(\Lambda)_{dB} = 35$ dB.

3. In un modulatore PAM con periodo di simbolo T, l'impulso in trasmissione ha l'espressione $g(t) = V_0\, e^{-9t^2/T^2}$, mentre i simboli $a_k \in \{-3, -1, 1, 3\}$ sono indipendenti con P$[a_k = 3]$=P$[a_k = -3]$=0.2, P$[a_k = -1]$=0.3. Calcolare la densità spettrale (media) del segnale trasmesso $v(t)$ e la sua potenza statistica (media).

4. Si consideri la trasmissione di video numerico compresso a 4 Mbit/s, utilizzando un sistema di modulazione 8-PSK. Calcolare quanti canali video numerici possono essere trasmessi in una banda pari a 8 MHz.

5. In un sistema 4-PAM con simboli equiprobabili $a(kT) \in \{\pm 1, \pm 3\}$, l'impulso in trasmissione e la risposta impulsiva dell'amplificatore di ricezione hanno, rispettivamente, le espressioni $g(t) = V_0 \,\mathrm{sinc}^4(t/T)$, $h(t) = h_0 \,\mathrm{sinc}(4t/T)$. Il mezzo trasmissivo ha risposta impulsiva $l(t) = A_m \,\mathrm{sinc}(4t/T)$. Il rumore all'ingresso dell'amplificatore di ricezione è gaussiano, bianco, con densità spettrale R_0. L'elemento di decisione è a soglia, con soglie equidistanti dai simboli ricevuti in assenza di rumore. Calcolare la probabilità di errore del sistema.

1) $R_a(f) = \sigma_a^2 \cdot T + m_a^2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta_{\mathbb{R}}\left(f - \frac{k}{T}\right)$

$M_a = \frac{1}{2} \cdot 0^2 + \frac{1}{2} \cdot 1^2 = \frac{1}{2} \qquad m_a = \frac{1}{2} \qquad \sigma_a^2 = M_a - m_a^2 = \frac{1}{4}$

$b(nT)$ è ottenuto da $a(nT)$ con un filtro con risposta in frequenza

$$H(f) = 1 - e^{-j2\pi fT}$$

$$= 1 - \cos 2\pi fT + j \sin 2\pi fT$$

$$R_b(f) = R_a(f)\,|H(f)|^2$$

$$= \left(\sigma_a^2 T + m_a^2\, \delta_{\mathbb{R}/\mathbb{Z}\left(\frac{1}{T}\right)}(f)\right)\left(1 + \cos^2 2\pi fT + \sin^2 2\pi fT - 2\cos 2\pi fT\right)$$

$$= \sigma_a^2 T \left(2 - 2\cos 2\pi fT\right)$$

La parte a righe si annulla, dato che $|H(\frac{k}{T})|^2 = 0$

$$M_b = E\left[b^2(nT)\right] = E\left[a^2(nT) + a^2(nT-T) - 2a(nT)a(nT-T)\right]$$

$$= 2M_a - 2m_a^2$$

(il processo $a(nT)$ è a simboli indipendenti)

Prova di accertamento di Comunicazioni Elettriche	A.A. 2007/08
laurea triennale	
Cognome e Nome ______________________	Matricola ____________

2) La banda del segnale è $B_0 = 3B$.

$(\Lambda)_{dB} = 35 \Rightarrow \lambda = 10^{3.5}$

$(A)_{dB} = 40 \Rightarrow A = 10^{-4}$

$$\Lambda = \frac{M_R}{2R_0B_0} = \frac{M_T \cdot A}{2R_0B_0} = \frac{\frac{1}{4} M_X A_T^2 A}{2R_0B_0}$$

$$M_X = r_X(0) = r_0$$

$$10^{3.5} = \frac{\frac{1}{4} r_0 \; 10^6 \, 10^{-4}}{2 \cdot R_0 \cdot 3 \cdot 10^4}$$

$$\frac{r_0}{R_0} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 10^{7.5}}{10^2} = 24 \cdot 10^{5.5}$$

3) $m_a = 0$

$n_a = 9 \cdot 0.2 + 9 \cdot 0.2 + 0.3 + 0.3 = 4.2$; $R_a(f) = 4.2T$

$\overline{R}_v(f) = R_a(f) \cdot |G(f)|^2 \cdot \frac{1}{T^2}$ $\quad G(f) = V_0 \sqrt{\pi} \frac{T}{3} e^{-\pi\left(\sqrt{\pi}\frac{T}{3}f\right)^2}$

$$R_a(f)\,|G(f)|^2 = \frac{4.2T}{T^2} \cdot \left(V_0 \sqrt{\pi}\frac{T}{3}\right)^2 e^{-2\pi\left(\sqrt{\pi}\frac{T}{3}f\right)^2}$$

$$\overline{M}_v = \int_{-\infty}^{+\infty} 4.2T \cdot |G(f)|^2 df = 4.2T \left(V_0 \sqrt{\pi}\frac{T}{3}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,T} \cdot 3 \cdot \frac{1}{T^2}$$

Prova di accertamento di Comunicazioni Elettriche	A.A. 2007/08
laurea triennale	
Cognome e Nome ______________________________	Matricola ____________

4) Con una banda di 8 MHz possono essere trasmessi 8 Msimboli/s. Nella 8-PSK, ogni simbolo è associato a 3 bit => posso trasmettere 24 Mbit/s ovvero 6 canali video a 4 Mbit/s

5) $g(t)$ ha banda $\frac{4}{2T} = \frac{2}{T}$

$$L(f) = \frac{A_m T}{4} \,\mathrm{rect}\left(f \frac{T}{4}\right) \quad \text{ha banda } \frac{2}{T}$$

$$H(f) = h_0 \frac{T}{4} \,\mathrm{rect}\left(f \frac{T}{4}\right) \quad \text{ha banda } \frac{2}{T}$$

Dunque

$$C(f) = G(f)\, L(f) \cdot H(f) = A_m h_0 \left(\frac{T}{4}\right)^2 G(f)$$

$$c(t) = A_m h_0 \left(\frac{T}{4}\right)^2 g(t) = A_m h_0 \left(\frac{T}{4}\right)^2 V_0 \,\mathrm{sinc}\,\frac{4t}{T}$$

$c(t)$ è di Nyquist

$$V_0' = c(0) = A_m h_0 \left(\frac{T}{4}\right)^2 V_0$$

$$\sigma_n^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} R_0 \cdot |H(f)|^2 df = R_0 \cdot \left(h_0 \frac{T}{4}\right)^2 \frac{4}{T}$$

$$P_e = \frac{2 \cdot 4 - 2}{4} Q\left(\frac{V_0'}{\sigma_n}\right) = \frac{3}{2} Q\left(\frac{V_0'}{\sigma_n}\right)$$