

“Strategie di controllo del motore brushless”

Indice

1	Controllo vettoriale di un motore brushless	2
1.1	<i>Richiami di modellistica</i>	2
1.1.1	Modello dinamico in grandezze di fase	2
1.1.2	Modello in forma matriciale	4
1.1.3	Espressione della coppia elettromagnetica	6
1.1.4	Modello in forma di stato	6
1.1.5	Modelli in grandezze trasformate	7
1.1.6	Modello di Park (grandezze trasformate nel riferimento di rotore)	10
1.1.7	Modello di Park in forma di stato	15
1.2	<i>Controllo ad orientamento di campo del motore sincrono a magneti permanenti anisotropo</i>	17
1.2.1	Controllo orientamento sul flusso di rotore	17
1.2.2	Ottimizzazione del rapporto coppia-corrente	20
1.2.3	Strategie di controllo del motore sincrono a magneti permanenti anisotropo	21
2	Controllo di coppia ottimo ed indebolimento di campo	21
2.2.1	Modello normalizzato in regime stazionario sinusoidale	21
2.2.2	Curve caratteristiche nel piano delle correnti d-q	23
2.2.3	Traiettoria a massimo rapporto coppia - corrente	24
2.2.4	Traiettoria a massimo rapporto coppia - tensione	25
2.2.5	Traiettoria di controllo del motore	27
2.3	<i>Schema di controllo motore</i>	28
2.3.1	Controllo delle correnti	28
2.3.2	Controllo di coppia	30
2.3.3	Controllo di velocità	31
3	Controllo sensorless	32
3.1	<i>Introduzione</i>	32
Appendici		33
	<i>Curva di ottimizzazione del rapporto coppia/corrente del motore SPM</i>	33
Bibliografia		34
	<i>Modellistica e controllo motori sincroni</i>	34
	<i>Controllo sensorless</i>	34

Indice delle figure

Indice delle tabelle

1 Controllo vettoriale di un motore brushless

Questo capitolo descrive la strategia di controllo del motore sincrono a magneti permanenti, noto in ambito tecnico come “motore brushless”. Come necessaria premessa vengono fatti dei richiami alla modellistica del motore, quindi si passa ad illustrare il principio del controllo ad orientamento di campo applicato al motore di tipo anisotropo (IPM). I modelli e la strategia di controllo sono sviluppati ai fini dell’implementazione su processore di segnali digitale.

1.1 Richiami di modellistica

1.1.1 Modello dinamico in grandezze di fase

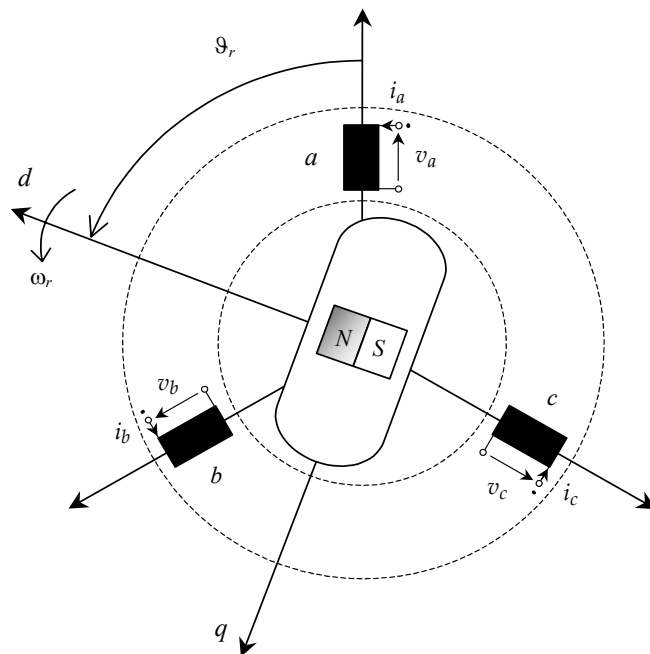


Fig.12: Rappresentazione schematica del motore sincrono a magneti permanenti annegati

Il motore sincrono a magneti permanenti annegati è schematizzato in Fig.12. Rispetto alla struttura generale considerata nello studio del motore sincrono a magneti permanenti (macchina anisotropa con gabbia di avviamento), nel caso specifico deve essere considerata l’anisotropia magnetica del rotore (dovuta alla presenza dei magneti inseriti nel ferro) mentre si può ritenere assente la gabbia di avviamento (come accade nella maggior parte delle realizzazioni).

Sullo statore, a ferro liscio, sono presenti tre avvolgimenti (indicati con a, b, c) aventi assi magnetici sfasati di $2\pi/3$ a comporre un avvolgimento trifase. Il rotore è rappresentato a poli salienti, con assi di simmetria d e q , in modo da schematizzare l’anisotropia magnetica provocata dall’inserimento dei magneti nel ferro di rotore.

L’effetto dell’eccitazione (costante) dovuta al magnete è rappresentato in termini di flusso concatenato con i circuiti di statore per effetto della presenza del magnete stesso.

La *posizione del rotore* θ_r è misurata tra l’asse del magnete (asse d) e l’asse della fase a di statore; la *velocità angolare* è data da:

$$\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt} \quad (1.1)$$

Le equazioni di equilibrio delle tensioni negli avvolgimenti di statore¹ si scrivono:

$$\begin{aligned} v_a &= R_a i_a + \frac{d\psi_a}{dt} \\ v_b &= R_b i_b + \frac{d\psi_b}{dt} \\ v_c &= R_c i_c + \frac{d\psi_c}{dt} \end{aligned} \quad \text{tensioni di statore} \quad (1.2)$$

dove $v = v(t)$ $i = i(t)$, e $\psi = \psi(t)$ rappresentano rispettivamente le tensioni ai capi degli avvolgimenti, le correnti che vi scorrono ed il flusso da essi concatenato. Data la simmetria costruttiva, le *resistenze degli avvolgimenti* sono uguali tra loro ($R_a = R_b = R_c = R_s$).

In ipotesi di linearità dei circuiti magnetici, i *flussi concatenati con gli avvolgimenti* possono scriversi in forma generale come segue:

$$\begin{aligned} \psi_a &= L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + \psi_{aM} \\ \psi_b &= L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + \psi_{bM} \\ \psi_c &= L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + \psi_{cM} \end{aligned} \quad (1.3)$$

In ipotesi di costruzione simmetrica e sinusoidale, i flussi concatenati per effetto del magnete e le induttanze presenti nelle (1.3) si precisano come segue:

- il flusso concatenato con gli avvolgimenti per causa del magnete è funzione della posizione angolare:

$$\begin{aligned} \psi_{aM} &= \hat{\psi}_{sM} \cos \theta_r \\ \psi_{bM} &= \hat{\psi}_{sM} \cos(\theta_r - 2\pi/3) \\ \psi_{cM} &= \hat{\psi}_{sM} \cos(\theta_r + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (1.4)$$

- le *induttanze proprie*, che tengono conto del flusso concatenato da ciascun avvolgimento per effetto della corrente che scorre in se stessa (flusso *proprio*). A causa dell'anisotropia del rotore esse dipendono dalla posizione angolare e sono esprimibili come segue:

$$L_{aa} = L_{\sigma s} + L_{ms0} + \hat{L}_{ma} \cos 2\theta_r \quad (1.5)$$

$$L_{bb} = L_{\sigma s} + L_{ms0} + \hat{L}_{ma} \cos(2\theta_r + 2\pi/3) \quad (1.6)$$

$$L_{cc} = L_{\sigma s} + L_{ms0} + \hat{L}_{ma} \cos(2\theta_r - 2\pi/3) \quad (1.7)$$

dove:

- $L_{\sigma s}$ è l'*induttanza di dispersione*, che tiene conto del flusso disperso di ciascun avvolgimento (quota parte del flusso proprio che non riesce ad attraversare il traferro e raggiungere il rotore).
- L_{ms0} ed \hat{L}_{ma} sono rispettivamente la componente costante e l'ampiezza della componente di anisotropia (funzione dell'angolo $2\theta_r$) dell'*induttanza di magnetizzazione* (che tiene conto del flusso proprio che attraversa il traferro per interessare il rotore)²;

¹ Essendo presenti, rispetto al caso generale, avvolgimenti solo sullo statore, nel seguito si ometterà la precisazione esplicita "di statore" nell'indicare le grandezze ed i parametri circuitali.

² Salvo progettazioni particolari, il motore a magneti annegati presenta una induttanza lungo l'asse diretto inferiore rispetto quella lungo l'asse in quadratura, in quanto il primo interessa il magnete, che ha permeabilità prossima a quella dell'aria,

- *induttanze mutue*, che tengono conto del flusso concatenato da ciascun avvolgimento per effetto della corrente che scorre negli altri avvolgimenti (flusso *mutuo*). Anch'esse, per effetto dell'anisotropia, dipendono dalla posizione angolare secondo le relazioni:

$$L_{ab} = L_{ba} = M_s + \hat{L}_{ma} \cos(2\theta_r - 2\pi/3) \quad (1.8)$$

$$L_{ac} = L_{ca} = M_s + \hat{L}_{ma} \cos(2\theta_r + 2\pi/3) \quad (1.9)$$

$$L_{bc} = L_{cb} = M_s + \hat{L}_{ma} \cos 2\theta_r \quad (1.10)$$

dove il termine:

$$M_s = L_{ms0} \cos(2\pi/3) = -\frac{1}{2} L_{ms0} \quad (1.11)$$

corrisponde alla frazione della componente costante dell'induttanza di magnetizzazione che si ottiene considerando lo sfasamento tra gli assi magnetici ($2\pi/3$) delle fasi.

1.1.2 Modello in forma matriciale

In accordo con la (1.3), i flussi concatenati possono essere scritti in forma matriciale come segue:

$$\underline{\psi}_s^t = [L_{ss}^t(2\theta_r)] \underline{i}_s^t + \underline{\psi}_{sM}^t(\theta_r) \quad \text{flussi concatenati} \quad (1.12)$$

dove:

$$\underline{\psi}_s^t = \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad \underline{i}_s^t = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \text{vettori dei flussi e delle correnti} \quad (1.13)$$

$$\underline{\psi}_{sM}^t = \hat{\psi}_{sM} \begin{bmatrix} \cos\theta_r \\ \cos(\theta_r - 2\pi/3) \\ \cos(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad \text{flussi concatenati dovuti al magnete} \quad (1.14)$$

e la matrice delle induttanze degli avvolgimenti è data da:

$$[L_{ss}^t] = [L_{ss0}^t] + [L_{ssa}^t(2\theta_r)] \quad (1.15)$$

$$[L_{ss0}^t] = \begin{bmatrix} L_{ms0} + L_{\sigma s} & -\frac{1}{2} L_{ms0} & -\frac{1}{2} L_{ms0} \\ -\frac{1}{2} L_{ms0} & L_{ms0} + L_{\sigma s} & -\frac{1}{2} L_{ms0} \\ -\frac{1}{2} L_{ms0} & -\frac{1}{2} L_{ms0} & L_{ms0} + L_{\sigma s} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

componente costante della matrice delle induttanze,

mentre il secondo avviene nel ferro che ha permeabilità molto maggiore. Di conseguenza, e in accordo con i segni assunti nelle (1.5)-(1.7), il coefficiente \hat{L}_{ma} dovrà essere considerato con segno negativo.

$$[\mathbf{L}_{ssa}^t] = \hat{L}_{ma} \begin{bmatrix} \cos 2\theta_r & \cos(2\theta_r - 2\pi/3) & \cos(2\theta_r + 2\pi/3) \\ \cos(2\theta_r - 2\pi/3) & \cos(2\theta_r + 2\pi/3) & \cos 2\theta_r \\ \cos(2\theta_r + 2\pi/3) & \cos 2\theta_r & \cos(2\theta_r - 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

componente di anisotropia della matrice delle induttanze³

Anche le tensioni degli avvolgimenti (1.2) possono scriversi in forma matriciale come segue:

$$\underline{v}_s^t = [\mathbf{R}_s^t] \underline{i}_s^t + \frac{d\underline{\psi}_s^t}{dt} \quad \text{tensioni} \quad (1.18)$$

dove:

$$\underline{v}_s^t = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{R}_s^t] = R_s [\mathbf{I}_3] \quad \begin{array}{l} \text{vettore delle tensioni} \\ \text{e matrice delle resistenze} \end{array} \quad (1.19)$$

Le espressioni (1.18) delle tensioni e le (1.12) dei flussi concatenati costituiscono il modello matriciale del motore in grandezze di fase, esprimibile con notazione generale come segue

$$\begin{aligned} \underline{v} &= [\mathbf{R}] \underline{i} + \frac{d}{dt} (\underline{\psi}) \\ \underline{\psi} &= [\mathbf{L}(\theta_r)] \underline{i} + \underline{\psi}_M(\theta_r) \end{aligned} \quad (1.20)$$

dove:

$$\underline{v} = \underline{v}_s^t, \quad \underline{i} = \underline{i}_s^t, \quad \underline{\psi} = \underline{\psi}_s^t \quad \begin{array}{l} \text{vettore dei flussi concatenati,} \\ \text{delle correnti e delle tensioni} \end{array} \quad (1.21)$$

$$\underline{\psi}_M = \underline{\psi}_{sM}^t(\theta_r) \quad \begin{array}{l} \text{vettore dei flussi concatenati} \\ \text{per effetto del magnete} \end{array} \quad (1.22)$$

$$[\mathbf{L}] = [\mathbf{L}_{ss}^t(2\theta_r)] \quad \text{matrice delle induttanze} \quad (1.23)$$

$$[\mathbf{R}] = [\mathbf{R}_s^t] \quad \text{matrice delle resistenze} \quad (1.24)$$

³ Assente in caso di macchina isotropa dove $\hat{L}_{ma} = 0$

1.1.3 Espressione della coppia elettromagnetica

L'espressione della coppia elettromagnetica può essere ricavata dalla relazione generale:

$$C = p \left. \frac{\partial W_c}{\partial \theta_r} \right|_{\underline{i}=\text{costante}} \quad (1.25)$$

dove $W_c(\theta_r, \underline{i})$ rappresenta la *coenergia magnetica* totale del sistema, che nel caso di N circuiti magneticamente accoppiati si scrive:

$$W_c = \int_0^{i_1} \psi_1 di_1 \Big|_{i_2=i_3=\dots=i_N=0} + \int_0^{i_2} \psi_2 di_2 \Big|_{i_1=\cos t, i_3=i_4=\dots=i_N=0} + \dots + \int_0^{i_N} \psi_N di_N \Big|_{i_2, i_3, i_{N-1}=\cos t} \quad (1.26)$$

Calcolando tale espressione nel caso specifico si ottiene, previa sostituzione delle espressioni dei flussi (1.3):

$$W_c = \frac{1}{2} \sum_{h=a}^c \left(\sum_{k=a}^c l_{hk}(\cdot) i_h i_k \right) + \sum_{k=a}^c \psi_{kM}(\cdot) i_k \quad (1.27)$$

dove $l_{hk}(\cdot)$ rappresenta l'elemento hk della matrice delle induttanze $[L]$, e $(\cdot) \equiv (\theta_r)$.

Questa ultima espressione può esprimersi in forma compatta matriciale come segue:

$$W_c = \frac{1}{2} \underline{i}^T [L(\theta_r)] \underline{i} + \underline{i}^T \underline{\psi}_M(\theta_r) \quad (1.28)$$

che sostituita nella (1.25) fornisce:

$$C = p \left(\frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d[L(\theta_r)]}{d\theta_r} \underline{i} + \underline{i}^T \frac{d\underline{\psi}_M(\theta_r)}{d\theta_r} \right) \quad (1.29)$$

Esplicitando la (1.29), dopo alcuni passaggi si ottiene:

$$C = C_{anis} + C_{magn} \quad (1.30)$$

dove:

$$C_{anis} = -p \hat{L}_{ma} \left\{ \left(i_a^2 - \frac{1}{2} i_b^2 - \frac{1}{2} i_c^2 - i_a i_b - i_a i_c + 2 i_b i_c \right) \sin(2\theta_r) + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(i_b^2 - i_c^2 - 2 i_a i_b + 2 i_a i_c \right) \cos(2\theta_r) \right\} \quad (1.31)$$

$$C_{magn} = p \hat{\psi}_{sM} \left[\left(i_a - \frac{1}{2} i_b - \frac{1}{2} i_c \right) \sin \theta_r + \frac{\sqrt{3}}{2} (i_b - i_c) \cos \theta_r \right] \quad (1.32)$$

sono rispettivamente le componenti di coppia dovuta all'anisotropia ed al magnete.

1.1.4 Modello in forma di stato

Sostituendo nelle (1.20), ad esempio, le espressioni dei flussi concatenati nelle tensioni, si ottiene il modello differenziale elettrico del motore sincrono in *grandezze di fase* o "effettive"

$$\begin{aligned}\underline{v} &= [\mathbf{R}]\underline{i} + \frac{d}{dt} \left([L(\theta_r)]\underline{i} + \underline{\psi}_M(\theta_r) \right) = [\mathbf{R}]\underline{i} + [L(\theta_r)]\frac{d\underline{i}}{dt} + \underline{i} \frac{d[L(\theta_r)]}{dt} + \frac{d\underline{\psi}_M(\theta_r)}{dt} = \\ &= [\mathbf{R}]\underline{i} + [L(\theta_r)]\frac{d\underline{i}}{dt} + \underline{i} \frac{d[L(\theta_r)]}{dt} + \frac{d\underline{\psi}_M(\theta_r)}{d\theta_r} \omega_r\end{aligned}\quad (1.33)$$

Nel modello elettrico, composto da tre equazioni, compaiono, oltre le tre correnti incognite, la velocità e la posizione di rotore per la cui determinazione occorre considerare le equazioni meccaniche

$$\frac{J}{p} \frac{d\omega_r}{dt} = C - C_R \quad \begin{array}{l} \text{equazione di equilibrio} \\ \text{meccanico}^{4,5} \end{array} \quad (1.34)$$

$$\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt} \quad \text{relazione velocità-posizione} \quad (1.35)$$

e, quindi, l'espressione della coppia elettromagnetica (1.30)÷(1.32).

1.1.5 Modelli in grandezze trasformate

1.1.5.1 Modello di Clarke (grandezze trasformate nel riferimento di statore)

Una prima semplificazione nel modello della macchina sincrona a magneti permanenti consiste nel ricondurre l'avvolgimento trifase di statore (a, b, c) nel bifase equivalente (α, β) mediante una *trasformazione di fase*, Fig.13.

Il modello che si ottiene è illustrato Fig.14. In esso le grandezze di statore e rotore sono ancora valutate in riferimenti solidali con i rispettivi supporti fisici, pertanto la dipendenza dalla posizione angolare nei coefficienti induttivi permane.

Considerando, per completezza di trattazione, la presenza di una componente omopolare⁶ (o) la matrice di trasformazione *a potenza di fase costante*⁷ si scrive:

$$[\mathbf{T}_o] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

⁴ La (1.34) esprime l'equazione di equilibrio meccanico in termini di velocità angolare elettrica ω_r , legata alla velocità meccanica Ω_r dalla:

$$\Omega_r = \frac{\omega_r}{p}$$

essendo p il numero di coppie polari.

⁵ J è l'inerzia complessiva delle masse rotanti, C_R la coppia resistente (o di carico).

⁶ Assente nel caso di sistema simmetrico o connesso a stella senza neutro

⁷ Questa trasformazione mantiene le ampiezze delle grandezze elettriche (tensioni, correnti, flussi) nel sistema effettivo e nel sistema trasformato.

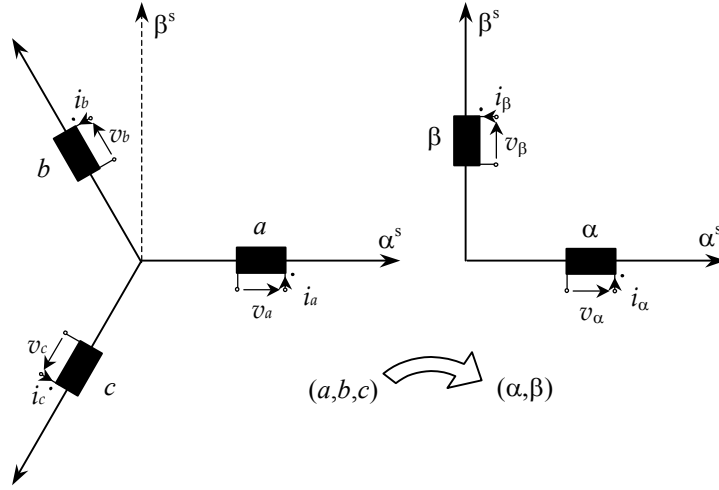


Fig.13: Trasformazione di fase

La trasformazione delle grandezze di statore fornisce:

$$\underline{i}_s^s = [T_o] \underline{i}_s^t, \quad \underline{v}_s^s = [T_o] \underline{v}_s^t, \quad \underline{\psi}_s^s = [T_o] \underline{\psi}_s^t \quad (1.37)$$

dove:

$$\underline{\psi}_s^s = \begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \\ \psi_o \end{bmatrix}, \quad \underline{i}_s^s = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_o \end{bmatrix}, \quad \underline{v}_s^s = \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_o \end{bmatrix} \quad \text{grandezze di statore} \quad (1.38)$$

Dopo alcuni calcoli, si ottiene il seguente modello:

$$\underline{v}_s^s = R_s \underline{i}_s^s + \frac{d\underline{\psi}_s^s}{dt} \quad (1.39)$$

$$\underline{\psi}_s^s = [L_{ss}^s(2\theta_r)] \underline{i}_s^s + \underline{\psi}_{sM}^s(\theta_r)$$

in cui il flusso concatenato dovuto al magnete diventa:

$$\underline{\psi}_{sM}^s = \hat{\psi}_M \begin{bmatrix} \cos\theta_r \\ \sin\theta_r \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{flusso concatenato per causa del magnete} \quad (1.40)$$

con:

$$\hat{\psi}_M = \sqrt{\frac{3}{2}} \hat{\psi}_{sM} \quad (1.41)$$

e la matrice delle induttanze degli avvolgimenti diventa:

$$[L_{ss}^s(2\theta_r)] = [L_{ss0}^s] + [L_{ssa}^s(2\theta_r)] \quad \text{matrice delle induttanze} \quad (1.42)$$

dove:

$$[\mathbf{L}_{ss0}^s] = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}L_{ms0} + L_{\sigma s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}L_{ms0} + L_{\sigma s} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\sigma s} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{componente costante della} \\ \text{matrice delle induttanze} \end{array} \quad (1.43)$$

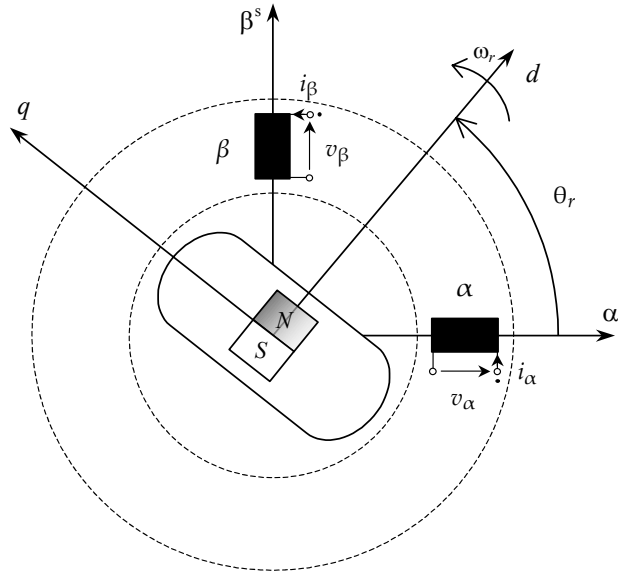


Fig.14: Rappresentazione schematica del motore sincrono a magneti permanenti annegati in grandezze bifasi

$$[\mathbf{L}_{ssa}^s] = \frac{3}{2}\hat{L}_{ma} \begin{bmatrix} \cos 2\theta_r & \sin 2\theta_r & 0 \\ \sin 2\theta_r & -\cos 2\theta_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{componente di anisotropia della matrice} \\ \text{delle induttanze} \end{array} \quad (1.44)$$

1.1.5.1.1 Espressione della coppia elettromagnetica

La coppia elettromagnetica può essere ricavata con lo stesso procedimento presentato al par.1.1.3, ottenendo:

$$C = C_{anis} + C_{magn} \quad (1.45)$$

dove:

$$C_{anis} = \frac{9}{4}p\hat{L}_{ma} \left[(i_{\beta}^2 - i_{\alpha}^2) \sin(2\theta_r) + 2i_{\alpha}i_{\beta} \cos(2\theta_r) \right] \quad (1.46)$$

$$C_{magn} = \frac{3}{2}p\hat{\psi}_M (-i_{\alpha} \sin\theta_r + i_{\beta} \cos\theta_r) \quad (1.47)$$

sono rispettivamente le componenti di coppia dovuta all'anisotropia ed al magnete.

Una formulazione più sintetica della coppia si può ottenere manipolando le equazioni precedenti in modo da far comparire i flussi concatenati con i circuiti α e β di statore. In particolare, raccogliendo i termini nelle correnti α e β , le componenti di coppia si possono scrivere:

$$C_{anis} = \frac{3}{2} p \left\{ \frac{3}{2} \hat{L}_{ma} [i_\alpha \cos(2\theta_r) + i_\beta \sin(2\theta_r)] \right\} i_\beta + \quad (1.48)$$

$$- \frac{3}{2} p \left\{ \frac{3}{2} \hat{L}_{ma} [i_\alpha \sin(2\theta_r) - i_\beta \cos(2\theta_r)] \right\} i_\alpha$$

$$C_{magn} = \frac{3}{2} p (\hat{\psi}_M \cos \theta_r) i_\beta - p (\hat{\psi}_M \sin \theta_r) i_\alpha \quad (1.49)$$

da cui la coppia totale:

$$C = \frac{3}{2} p \left\{ \frac{3}{2} \hat{L}_{ma} [i_\alpha \cos(2\theta_r) + i_\beta \sin(2\theta_r)] + \hat{\psi}_M \cos \theta_r \right\} i_\beta + \quad (1.50)$$

$$- \frac{3}{2} p \left\{ \frac{3}{2} \hat{L}_{ma} [i_\alpha \sin(2\theta_r) - i_\beta \cos(2\theta_r)] + \hat{\psi}_M \sin \theta_r \right\} i_\alpha$$

Sommando e sottraendo il termine:

$$p(L_{os} + \frac{3}{2} L_{ms0}) i_\alpha i_\beta \quad (1.51)$$

si ricava per confronto con le espressioni dei flussi:

$$C = \frac{3}{2} p (\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha) \quad (1.52)$$

1.1.6 Modello di Park (grandezze trasformate nel riferimento di rotore)

Anche nel caso delle macchine a magneti permanenti annegati, come nelle altre macchine di tipo sincrono, è conveniente rappresentare le equazioni elettriche nel *riferimento* (d,q) solidale con il rotore. La rappresentazione che si ottiene è la corrispondente del *modello di Park della macchina sincrona* classicamente utilizzato per lo studio delle caratteristiche di funzionamento in transitorio ed a regime.

Per ottenere tale schematizzazione a partire dal modello in grandezze trasformate nei rispettivi supporti fisici (equazioni (1.39) del paragrafo precedente) occorre applicare una *trasformazione di assi* $(\alpha, \beta)^s \rightarrow (d, q)$ alle sole grandezze di statore, in quanto le grandezze di rotore (nel caso specifico il solo flusso del magnete) già sono valutate nel riferimento (d, q) .

Tale trasformazione è illustrata in Fig. 1.15. Gli avvolgimenti *pseudo-stazionari* d e q fissi sul rotore rappresentano gli effetti dei corrispondenti avvolgimenti di statore in moto rispetto ad essi alla velocità $-\omega_r$.

Considerando, per completezza di esposizione, anche la componente omopolare⁸, la matrice di trasformazione ortogonale $(\alpha, \beta, o)^s \rightarrow (d, q, o)$ è data da:

⁸ La componente omopolare resta invariata in questa trasformazione.

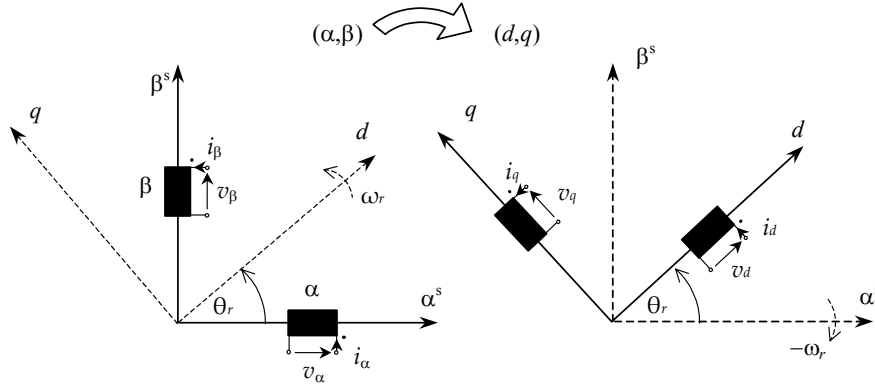


Fig. 1.15 - Trasformazione grandezze di statore

$$[T^s] = \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \sin\theta_r & 0 \\ -\sin\theta_r & \cos\theta_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.53)$$

dalla quale si ricava:

$$\underline{i}_s = [T^s] \underline{i}_s^s, \quad \underline{v}_s = [T^s] \underline{v}_s^s, \quad \underline{\psi}_s = [T^s] \underline{\psi}_s^s \quad (1.54)$$

dove

$$\underline{i}_s = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix}, \quad \underline{v}_s = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_o \end{bmatrix}, \quad \underline{\psi}_s = \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_o \end{bmatrix} \quad \text{grandezze } d, q, o \text{ di statore} \quad (1.55)$$

Applicata la trasformazione alle grandezze di statore nelle (1.39), dopo alcuni calcoli⁹ si ottiene il modello della macchina sincrona a magneti permanenti annegati nel riferimento sincrono (d,q) come segue (Fig. 16):

$$\underline{v}_s = R_s \underline{i}_s + \frac{d\underline{\psi}_s}{dt} + [J'] \omega_r \underline{\psi}_s \quad (1.56)$$

$$\underline{\psi}_s = [L_{ss}] \underline{i}_s + \underline{\psi}_{sM} \quad (1.57)$$

dove:

$$[J'] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.58)$$

$$\underline{\psi}_{sM} = \begin{bmatrix} \hat{\psi}_M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{flusso concatenato per causa del magnete} \quad (1.59)$$

$$[L_{ss}] = [L_{ss0}] + [L_{ssa}] \quad \text{matrice delle induttanze} \quad (1.60)$$

⁹ Cfr. Appendice: Trasformazioni di fase e di assi

$$[L_{ssa}] = \frac{3}{2} \hat{L}_{ma} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{componente di anisotropia della} \\ \text{matrice delle induttanze} \end{array} \quad (1.61)$$

Si può osservare la presenza di tensioni indotte di tipo mozionale negli avvolgimenti pseudo-stazionari di statore, funzione della velocità di rotazione ω_r . Inoltre, avendo riportato tutte le grandezze ad uno stesso sistema di riferimento, l'effetto del magnete sui circuiti di statore non è più funzione della posizione angolare.

1.1.6.1 Espressione della coppia elettromagnetica

La coppia elettromagnetica può essere ricavata considerando la trasformazione delle correnti nella relazione ricavata al par.1.1.5.1.1. Dopo qualche passaggio si ottiene¹⁰:

$$C = C_{anis} + C_{magn} \quad (1.62)$$

dove:

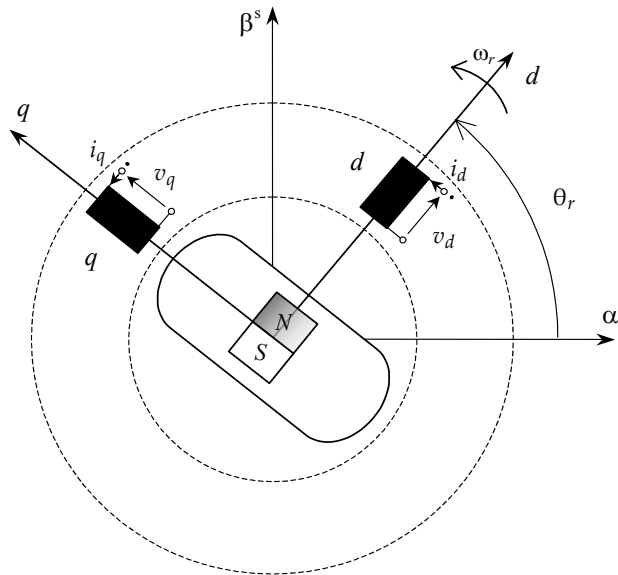


Fig. 16: Rappresentazione schematica del motore sincrono a magneti permanenti in grandezze bifasi nel riferimento di rotore

$$C_{anis} = \frac{9}{2} p \hat{L}_{ma} i_d i_q \quad (1.63)$$

$$C_{magn} = \frac{3}{2} p \hat{\psi}_M i_q \quad (1.64)$$

sono rispettivamente le componenti di coppia dovuta all'anisotropia ed al magnete.

In base alle relazioni ottenute, l'espressione della coppia elettromagnetica può essere riscritta come segue:

¹⁰ Nei modelli riportati ad uno stesso sistema di riferimento, avendo eliminata la dipendenza delle induttanze e dei flussi dalla posizione angolare, non è possibile utilizzare la relazione generale (1.29) per il calcolo della coppia elettromagnetica. È possibile invece ricavare la coppia dal bilancio energetico dei circuiti trasformati nel termine mozionale.

$$C = \frac{3}{2} p \left[\left(L_{os} i_d + \frac{3}{2} L_{ms0} i_d + \frac{3}{2} \hat{L}_{ma} i_d + \hat{\psi}_M \right) i_q - \left(L_{os} i_q + \frac{3}{2} L_{ms0} i_q - \frac{3}{2} \hat{L}_{ma} i_q \right) i_d \right] \quad (1.65)$$

dove sono stati aggiunti e sottratti i termini relativi all'induttanza di dispersione e magnetizzante.

In questa espressione è facile riconoscere, nei termini in parentesi tonda, i flussi dei circuiti di asse d e q rispettivamente, ottenendo:

$$C = \frac{3}{2} p (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \quad (1.66)$$

relazione analoga alla (1.52).

1.1.6.2 Induttanze sincrone

Considerando le espressioni (1.60), (1.61) e (1.43), la matrice delle induttanze proprie di statore si può esprimere come:

$$[\mathbf{L}_{ss}] = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_{os} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{matrice delle induttanze} \\ \text{di statore} \end{array} \quad (1.67)$$

dove

$$L_d = L_{os} + L_{md}, \quad L_q = L_{os} + L_{mq} \quad (1.68)$$

sono le induttanze sincrone di asse diretto ed in quadratura, rispettivamente, e:

$$L_{md} = \frac{3}{2} (L_{ms0} + \hat{L}_{ma}), \quad L_{mq} = \frac{3}{2} (L_{ms0} - \hat{L}_{ma}) \quad (1.69)$$

le corrispondenti induttanze di magnetizzazione.

Dalle posizioni precedenti è facile verificare che¹¹:

$$L_{ms0} = \frac{1}{3} (L_{md} + L_{mq}) \quad (1.70)$$

$$\hat{L}_{ma} = \frac{1}{3} (L_d - L_q) = \frac{1}{3} (L_{md} - L_{mq}) \quad (1.71)$$

Con l'introduzione delle induttanze sincrone la componente di anisotropia della coppia si può scrivere, nei differenti riferimenti:

$$C_{anis}^{(abc)} = -p \frac{1}{3} (L_d - L_q) \cdot \left\{ \left(i_a^2 - \frac{1}{2} i_b^2 - \frac{1}{2} i_c^2 - i_a i_b - i_a i_c + 2 i_b i_c \right) \sin(2\theta_r) + \frac{\sqrt{3}}{2} (i_b^2 - i_c^2 - 2 i_a i_b + 2 i_a i_c) \cos(2\theta_r) \right\} \quad (1.72)$$

$$C_{anis}^{(\alpha\beta)} = p \frac{1}{2} (L_d - L_q) \left[(i_\beta^2 - i_\alpha^2) \sin(2\theta_r) + 2 i_\alpha i_\beta \cos(2\theta_r) \right] \quad (1.73)$$

¹¹ Dalla espressione (1.71) si può verificare come, nel caso usuale in cui il motore a magneti annegati presenti $L_q > L_d$, il coefficiente \hat{L}_{ma} debba essere negativo.

$$C_{anis}^{(dq)} = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) i_d i_q \quad (1.74)$$

1.1.6.3 Schema equivalente in regime dinamico

Esplicitando le componenti nel modello compatto (1.56) si ottiene:

$$\begin{aligned} v_d &= R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_r \psi_q \\ v_q &= R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_r \psi_d \\ v_o &= R_s i_o + \frac{d\psi_o}{dt} \\ \psi_d &= L_d i_d + \hat{\psi}_M \\ \psi_q &= L_q i_q \\ \psi_o &= L_{os} i_o \end{aligned} \quad (1.75)$$

Allo scopo di ricavare lo schema equivalente del motore sincrono a magneti annegati, è conveniente definire una corrente di “magnetizzazione” che tenga conto del totale flusso principale dovuto alle correnti di statore ed al flusso del magnete.

Esprimendo le induttanze proprie come somma dell'induttanza di dispersione e di magnetizzazione, i flussi sugli assi d e q si scrivono:

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_{os} i_d + L_{md} i_d + \psi_M \\ \psi_q &= L_{os} i_q + L_{mq} i_q \end{aligned} \quad (1.76)$$

In base a queste espressioni è possibile definire una *corrente di magnetizzazione* di componenti:

$$\begin{aligned} i_{dm} &= i_d + \frac{\psi_M}{L_{md}} \\ i_{qm} &= i_q \end{aligned} \quad (1.77)$$

Con tale definizione i flussi d e q si scrivono:

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_{os} i_d + L_{md} i_{dm} \\ \psi_q &= L_{os} i_q + L_{mq} i_{qm} \end{aligned} \quad (1.78)$$

Sostituendo le equazioni precedenti nelle espressioni delle tensioni d e q , nei termini in cui compare la derivata dei flussi si ottiene:

$$\begin{aligned} v_d &= R_s i_d + L_{os} \frac{di_d}{dt} + L_{md} \frac{di_{dm}}{dt} - \omega_r \psi_q \\ v_q &= R_s i_q + L_{os} \frac{di_q}{dt} + L_{mq} \frac{di_{qm}}{dt} + \omega_r \psi_d \end{aligned} \quad (1.79)$$

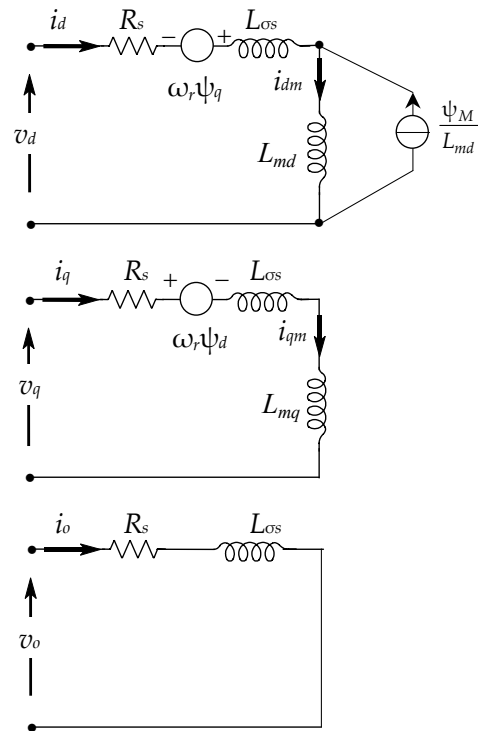


Fig. 1.17 - Schema equivalente del motore sincrono a magneti annegati nel riferimento (d,q,o) di rotore

A tale set di equazioni, considerata per completezza anche la componente omopolare, corrisponde lo schema equivalente in regime dinamico del motore sincrono a magneti annegati in grandezze (d,q,o) illustrato in Fig. 1.17.

1.1.7 Modello di Park in forma di stato

Manipolando le equazioni (1.75) è possibile ottenere i modelli in forma di stato del motore sincrono a magneti permanenti anisotropo nel riferimento sincrono d,q .

Trascurando la componente omopolare si ha:

$$\begin{aligned}
 v_d &= R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_r \psi_q \\
 v_q &= R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_r \psi_d \\
 \psi_d &= L_d i_d + \hat{\psi}_M \\
 \psi_q &= L_q i_q
 \end{aligned}
 \tag{1.80}$$

1.1.7.1 Modello di Park con variabili di stato flussi

Ricavando le correnti dalle espressioni dei flussi si ha:

$$i_d = \frac{\psi_d - \hat{\psi}_M}{L_d}, \quad i_q = \frac{\psi_q}{L_q}
 \tag{1.81}$$

che sostituite nelle tensioni forniscono:

$$\begin{aligned}
v_d &= \frac{R_s}{L_d} (\psi_d - \hat{\psi}_M) + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_r \psi_q \\
v_q &= \frac{R_s}{L_q} \psi_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_r \psi_d
\end{aligned} \tag{1.82}$$

da cui, ricavando le derivate dei flussi:

$$\begin{aligned}
\frac{d\psi_d}{dt} &= -\frac{R_s}{L_d} \psi_d + \omega_r \psi_q + v_d + \frac{R_s}{L_d} \hat{\psi}_M \\
\frac{d\psi_q}{dt} &= \omega_r \psi_d + \frac{R_s}{L_q} \psi_q + v_q
\end{aligned} \tag{1.83}$$

ed in termini matriciali:

$$\frac{d\mathbf{\Psi}_s}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_r \\ -\omega_r & \frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \mathbf{\Psi}_s + \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{R_s}{L_d} \hat{\psi}_M \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1.84}$$

La forma di stato è del tipo:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = [\mathbf{A}(\omega_r)]\mathbf{x} + [\mathbf{B}]\mathbf{v} + [\mathbf{C}] \tag{1.85}$$

dove la matrice dinamica:

$$[\mathbf{A}(\omega_r)] = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_r \\ -\omega_r & \frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \tag{1.86}$$

non è costante ma dipende dalla velocità, che a sua volta può essere tenuta in conto come una ulteriore variabile di stato con l'equazione meccanica. Pertanto, il modello risulta non lineare.

1.1.7.2 Modello di Park con variabili di stato correnti

Sostituendo i flussi nelle espressioni delle tensioni si ottiene:

$$\begin{aligned}
v_d &= R_s i_d + \frac{d}{dt} (L_d i_d + \hat{\psi}_M) - \omega_r L_q i_q \\
v_q &= R_s i_q + \frac{d}{dt} (L_q i_q) + \omega_r (L_d i_d + \hat{\psi}_M)
\end{aligned} \tag{1.87}$$

dove, essendo il flusso del magnete costante, si possono ricavare le derivate delle correnti come:

$$\begin{aligned}
\frac{di_d}{dt} &= \frac{1}{L_d} (-R_s i_d + \omega_r L_q i_q + v_d) \\
\frac{di_q}{dt} &= \frac{1}{L_q} (-R_s i_q - \omega_r L_d i_d - \omega_r \hat{\psi}_M + v_q)
\end{aligned} \tag{1.88}$$

ed in termini matriciali:

$$\frac{d\mathbf{i}_s}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_r \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_r \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} \mathbf{i}_s + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \mathbf{v}_s + \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_r \frac{\hat{\psi}_M}{L_d} \end{bmatrix} \quad (1.89)$$

La forma di stato è del tipo:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = [\mathbf{A}(\omega_r)]\mathbf{x} + [\mathbf{B}]\mathbf{v} + [\mathbf{C}(\omega_r)] \quad (1.90)$$

Per esso valgono considerazioni analoghe al caso con variabili di stato flussi.

1.2 Controllo ad orientamento di campo del motore sincrono a magneti permanenti anisotropo

1.2.1 Controllo orientamento sul flusso di rotore

Il principio del controllo orientato sul flusso di rotore (RFOC¹²) è illustrato in Fig. 18. Esso considera le componenti della corrente nel riferimento (d,q) , rotante a velocità sincrona, avente l'asse d orientato nella direzione del flusso del magnete ed individuato dalla posizione θ_r , misurata rispetto all'asse α^s fisso con lo statore.

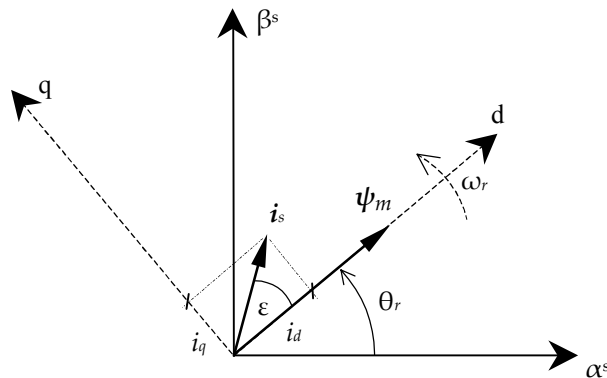


Fig. 18: Il principio del controllo vettoriale nel riferimento (d,q) di rotore

In tale riferimento, indicato come “coordinate di campo”, l'espressione della coppia elettromagnetica per una macchina magneticamente anisotropa risulta la seguente:

$$C = \frac{3}{2} p [\hat{\psi}_M i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (1.91)$$

Questa espressione dice che, a differenza della macchina isotropa in cui $L_d = L_q$, nella macchina anisotropa anche la componente d produce coppia, in particolare produce la coppia di riluttanza.

Considerando l'espressione delle componenti d, q della corrente in funzione dell'ampiezza (i_s) del vettore di spazio della corrente e dell'angolo (ϵ) tra questo ed il vettore rappresentativo del flusso del magnete:

$$i_d = i_s \cos \epsilon, \quad i_q = i_s \sin \epsilon \quad (1.92)$$

¹² Acronimo di “Rotor Flux Oriented Control”.

si ricava anche:

$$C = \frac{3}{2} p \left\{ \underbrace{\hat{\psi}_M i_s \sin \varepsilon}_{\text{magnete}} + \frac{1}{2} \underbrace{(L_d - L_q)}_{\text{anisotropia}} i_s^2 \sin 2\varepsilon \right\} \quad (1.93)$$

dove sono evidenziate le due componenti di coppia dovuta al magnete (funzione del $\sin \varepsilon$) e dovuta all'anisotropia (funzione del $\sin 2\varepsilon$).

Nelle macchine anisotrope il *rapporto di anisotropia* (L_d/L_q) dipende dalla forma costruttiva del rotore della macchina. Nei motori a *magneti permanenti annegati a magnetizzazione radiale* aventi la configurazione illustrata in Fig. 19, a causa della presenza del magnete, che ha la stessa permeabilità dell'aria, la riluttanza lungo l'asse diretto è maggiore di quella lungo l'asse in quadratura, in cui il percorso del flusso magnetico si svolge completamente in ferro (eccezion fatta per il traferro, presente in ambedue i circuiti magnetici).

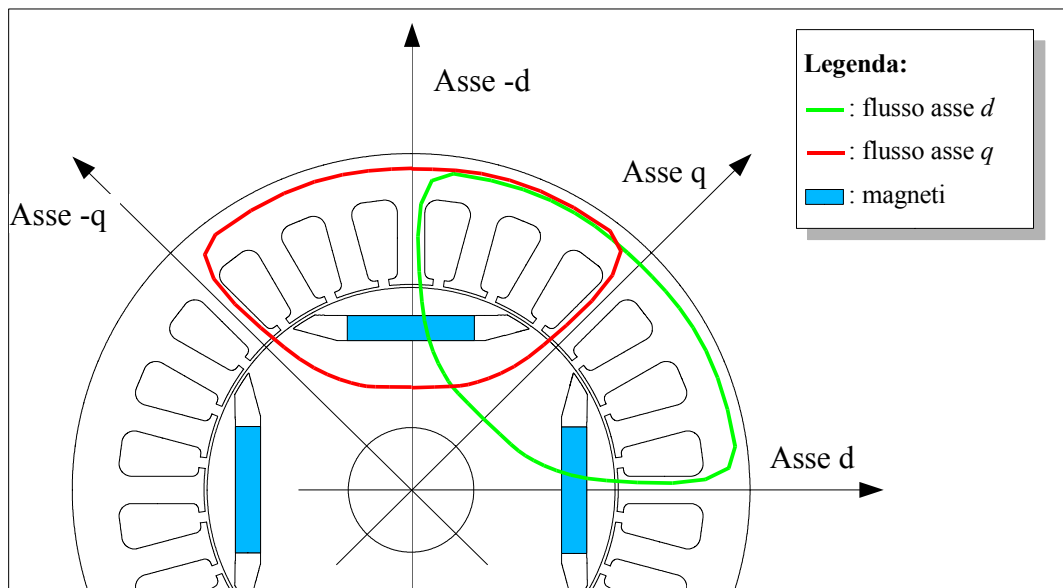


Fig. 19: Percorsi del flusso diretto e in quadratura nel motore IPM

Di conseguenza l'induttanza lungo l'asse d risulta minore di quella lungo l'asse q :

$$\mathfrak{R}_d > \mathfrak{R}_q \rightarrow L_d < L_q .$$

Ne segue che nell'espressione della coppia il termine di riluttanza ($L_d - L_q$) risulterà negativo, obbligando ad utilizzare una corrente i_d anch'essa negativa ($\varepsilon > \pi/2$) affinché anche tale termine contribuisca alla produzione di coppia.

Graficata in funzione dell'angolo ε , avendo come parametro l'ampiezza della corrente, l'espressione (1.93) fornisce l'andamento in Fig. 20, dal quale si deduce quanto segue:

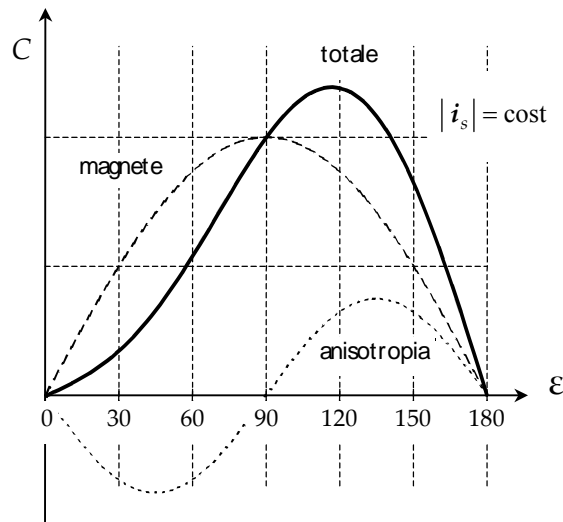


Fig. 20: Andamento della coppia in funzione dell'angolo tra corrente e flusso del magnete

1. in una macchina isotropa ($L_d = L_q$) il massimo di coppia si ha per $\varepsilon = \pi/2$, cioè $i_d = 0$, indipendentemente dall'ampiezza della corrente;
2. diversamente, nel caso della macchina anisotropa la massima coppia si sposta per $\varepsilon > \pi/2$, di una quantità tanto maggiore al crescere della corrente, in quanto la componente di anisotropia va con il quadrato della corrente, Fig. 21;

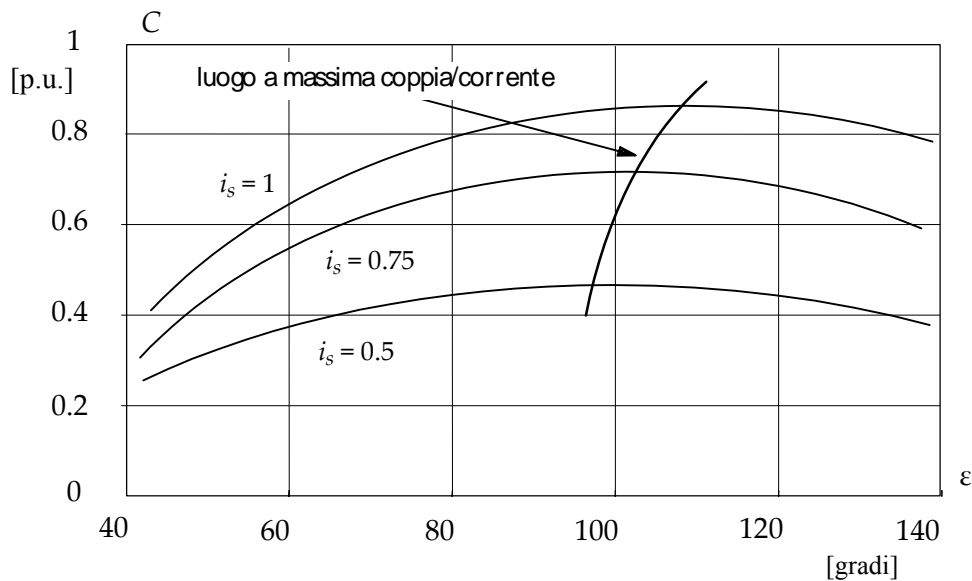


Fig. 21: Andamento $C(\varepsilon)$ per differenti valori della corrente di statore

3. di conseguenza per ottimizzare il rapporto coppia-corrente occorre imporre una corrente diretta negativa ($i_d < 0$) e non più pari a zero come accade nel motore isotropo;

Dall'analisi di Fig. 21 appare chiaro che, per ogni valore di coppia che si desidera sviluppare, sarà possibile trovare un valore dell'ampiezza della corrente (e quindi dell'angolo ε) per il quale il massimo coincide proprio con il valore desiderato, cioè si ha ottimizzazione del rapporto coppia-corrente. La metodologia di ottimizzazione è illustrata nel prossimo paragrafo.

1.2.2 Ottimizzazione del rapporto coppia-corrente

Il modo più semplice fa riferimento alla relazione (1.91), qui riportata indicando con C^* il valore, costante, di coppia desiderata:

$$C^* = \frac{3}{2}p[\hat{\psi}_M i_q + (L_d - L_q)i_d i_q] \quad (1.94)$$

La (1.94) è una iperbole nel piano i_d, i_q , che può essere rappresentata in modo parametrico rispetto alla coppia desiderata come indicato in Fig. 22.

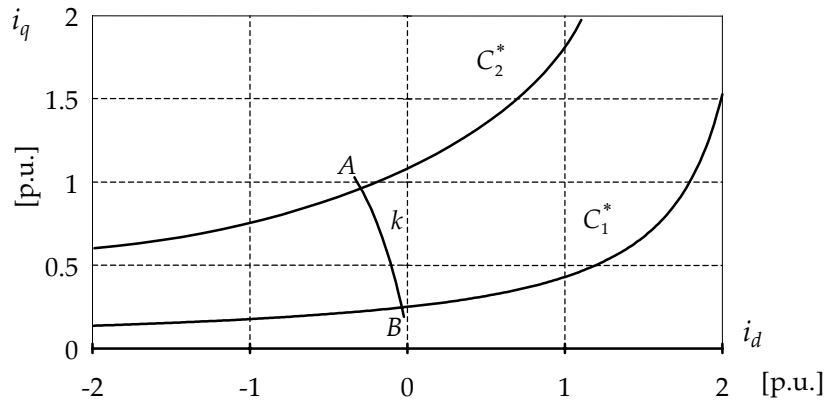
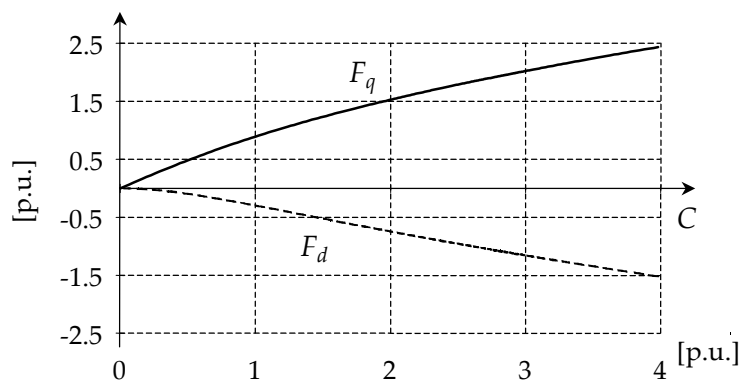


Fig. 22: Iperboli a coppia costante nel piano della correnti d,q

- $C_1^* < C_2^*$, curve a coppia costante
- k , curva a massima coppia per corrente di statore, ottenuta collegando i punti sulle curve a coppia costante più vicini all'origine (0,0) (ad esempio i punti A, B)¹³.

A partire dalle curve in Fig. 22 si possono sintetizzare le funzioni $i_d = F_d(C^*)$ e $i_q = F_q(C^*)$ che forniscono, per ogni coppia desiderata, le componenti d,q di corrente che ottimizzano il rapporto coppia-corrente. Gli andamenti sono illustrati in Fig. 23.



¹³ L'espressione analitica della curva a massimo rapporto coppia/corrente è ricavata in Appendice

Fig. 23: Curve $i_d = F_d(C^*)$ e $i_q = F_q(C^*)$ per funzionamento sulla traiettoria a massima coppia/corrente (curva k di Fig. 22)

1.2.3 Strategie di controllo del motore sincrono a magneti permanenti anisotropo

Con riferimento a quanto descritto nel paragrafo precedente, le strategie di controllo del motore sincrono a magneti permanenti anisotropo possono essere le seguenti:

- A. *Controllo ad $i_d = 0$* (come per il motore isotropo): semplice, permette di linearizzare il legame coppia-corrente ma non sfrutta la coppia dovuta all'anisotropia e quindi non consente di ottimizzare il rapporto coppia/corrente;
- B. *Controllo ad angolo $\varepsilon > \pi/2$ costante*, scelto in modo da ottimizzare il funzionamento con la coppia di impiego prevalente: buon compromesso tra semplicità ed ottimizzazione coppia/ corrente;
- C. *Controllo di coppia ottimo* (massima coppia/corrente), utilizzando le funzioni F_d ed F_q introdotte al paragrafo precedente;
- D. *Controllo di coppia ottimo ed indebolimento di campo*, nel caso sia necessario il funzionamento in limite di tensione (al di sopra della velocità nominale).

Evidentemente, si tratta in ogni caso di strategie di controllo orientate sul flusso di rotore, che richiedono, in ogni istante di funzionamento, la conoscenza della posizione θ_r , assunta dall'asse magnetico di rotore (asse d) rispetto la posizione storica di riferimento.

2 Controllo di coppia ottimo ed indebolimento di campo

In questo capitolo sono richiamate le nozioni fondamentali alla base dell'implementazione del controllo di coppia ottimo con indebolimento di campo del motore sincrono a magneti permanenti anisotropo. Tale strategia consente il funzionamento ad elevato rendimento fino alla massima velocità di funzionamento.

Ai fini dell'implementazione del controllo, saranno considerate equazioni in "per unità", vale a dire normalizzate rispetto un sistema base di grandezze elettriche e meccaniche (corrente, tensione, velocità e coppia) opportunamente scelto.

2.2.1 Modello normalizzato in regime stazionario sinusoidale

La definizione delle caratteristiche di controllo di coppia ottimo e di indebolimento di campo è effettuata a partire dall'analisi delle curve caratteristiche di funzionamento (luoghi a tensione, coppia e corrente costanti) nel piano delle correnti d - q . Tali caratteristiche sono ottenute a partire dal modello di Park della macchina -equazioni (1.80)- scritto in *regime stazionario sinusoidale*, nel quale per comodità si trascura, nelle equazioni di equilibrio delle tensioni, la caduta di tensione resistiva rispetto gli altri termini (caduta reattiva e forza contro-elettromotrice dovuta al magnete):

$$\begin{aligned} \Lambda_d &= \Lambda_m + L_d I_d \\ \Lambda_q &= L_q I_q \end{aligned} \quad \text{Equazioni dei flussi concatenati in grandezze effettive}$$

$$\begin{aligned} V_d &= r_s I_d - \Omega \Lambda_q \cong -\Omega \Lambda_q \\ V_q &= r_s I_q + \Omega \Lambda_d \cong \Omega \Lambda_d \end{aligned} \quad \text{Equazione delle tensioni in grandezze effettive}$$

$$T = \frac{3}{2} p (\Lambda_d I_q - \Lambda_q I_d)$$

$$= \frac{3}{2} p (\Lambda_m I_q + (L_d - L_q) I_d I_q)$$

Equazione della coppia in grandezze effettive

dove:

- I_d, I_q, V_d, V_q : componenti di corrente e tensione lungo gli assi d e q ;
- r_s : resistenza statorica;
- L_d, L_q : induttanze di asse d e q ;
- Λ_d, Λ_q : flussi concatenati lungo gli assi d e q ;
- Λ_m : flusso del magnete;
- Ω : pulsazione elettrica;
- p : numero di coppie polari.

Allo scopo di rendere generale la trattazione, tutte le grandezze saranno espresse in valori relativi, secondo le grandezze base coppia T_b , velocità elettrica Ω_b e l'ampiezza del vettore di spazio di tensione V_b al massimo carico e alla massima velocità nella regione a coppia costante. Eguagliando le potenze elettrica e meccanica si ottiene:

$$P_b = T_b \frac{\Omega_b}{p} = \frac{3}{2} V_b I_b$$

con p numero di coppie polari, si calcolano le seguenti quantità base:

corrente base: $I_b = \frac{2T_b \Omega_b}{3pV_b};$

flusso base: $\Lambda_b = \frac{V_b}{\Omega_b};$

induttanza base: $L_b = \frac{\Lambda_b}{I_b} = \frac{3pV_b^2}{2T_b \Omega_b^2}.$

Per le grandezze in *p.u.* vale quindi la relazione: $\text{valore p.u.} = \frac{\text{valore effettivo}}{\text{valore base}}.$

Il modello in *p.u.* della macchina si scrive:

$$\lambda_d = \lambda_m + l_d i_d$$

$$\lambda_q = l_q i_q$$

Equazioni dei flussi concatenati in p.u.

$$v_d = -\omega \lambda_q = -\omega l_q i_q$$

$$v_d = \omega \lambda_d = \omega \lambda_m + \omega l_d i_d$$

Equazione delle tensioni in p.u.

$$t = \lambda_d i_q - \lambda_q i_d = \lambda_m i_q + (l_d - l_{qu}) i_d i_q \quad \text{Equazione della coppia in p.u.}$$

dove :

- λ_m = flusso del magnete permanente;
- ω = velocità angolare elettrica;
- l_d = induttanza dell'asse diretto, che si può ritenere costante al variare della corrente;
- l_{qu} = induttanza dell'asse in quadratura, assunta costante (al valore “non-saturo”) al variare della corrente.

2.2.2 Curve caratteristiche nel piano delle correnti d-q

Data la rappresentazione del motore secondo il modello di Park il vettore di spazio della corrente \vec{i} nel motore può essere rappresentato sul piano (i_d, i_q) da un vettore con le seguenti caratteristiche:

$$|\vec{i}| = i = \sqrt{(i_d^2 + i_q^2)} \quad \langle \vec{i} \rangle = \gamma = \arctan\left(\frac{i_d}{i_q}\right) \quad (2.95)$$

dove la fase γ della corrente è nulla in corrispondenza dell'asse i_q e positiva in senso antiorario.

Per coppia e tensione, trascurando la resistenza degli avvolgimenti statorici, valgono rispettivamente le seguenti relazioni:

$$t = \lambda_m i_q + (l_d - l_{qu}) i_d i_q \quad (2.96)$$

$$\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = (\lambda_m + l_d i_d)^2 + (l_{qu} i_q)^2. \quad (2.97)$$

La condizione di non saturazione del motore porta alla conseguenza che le induttanze lungo gli assi d e q restano sempre costanti per qualunque valore di corrente, quindi anche il loro rapporto resterà tale. Conviene definire quindi una nuova variabile ξ nel modo seguente:

$$\xi = \frac{l_{qu}}{l_d} \quad (2.98)$$

Sostituendo la (2.98) nelle equazioni (2.96) e (2.97), si ottiene:

$$t = \lambda_m i_q + l_d (1 - \xi) i_d i_q \quad (2.99)$$

$$\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = (\lambda_m + l_d i_d)^2 + (\xi l_d i_q)^2. \quad (2.100)$$

Nel piano (i_d, i_q) il limite di corrente ottenuto dalla (2.95) imponendo la corrente nominale i_n definisce un cerchio, i luoghi a coppia costante definiti dalla (2.99) sono iperboli, mentre il limite di tensione ottenuto dalla (2.100) imponendo la tensione nominale $v_n = 1$ p.u. definisce una famiglia di ellissi centrate nel punto $C (-\lambda_m/l_d, 0)$, con dimensione decrescente con il crescere della velocità. Si fa notare che nel punto C la velocità è teoricamente infinita.

L'iperbole di coppia tangente al cerchio a massima corrente definisce il punto B , detto *punto base di*

funzionamento, per il quale il motore funziona alle condizioni nominali di tensione, corrente e coppia. L'ellisse di tensione passante per questo punto definisce il valore di tensione nominale alla velocità ω_b , detta *velocità base*, il cui valore equivale a *1 p.u.*

In Fig. 24 sono illustrati tutti i luoghi dei punti descritti finora; in particolare a tratto pieno sono rappresentati il cerchio a massima corrente, l'iperbole di coppia e l'ellisse di tensione passanti per il punto *B*, e cioè per i valori nominali di corrente, coppia e velocità; a tratto discontinuo invece sono rappresentati a scopo di esempio iperboli ed ellissi per altri valori.

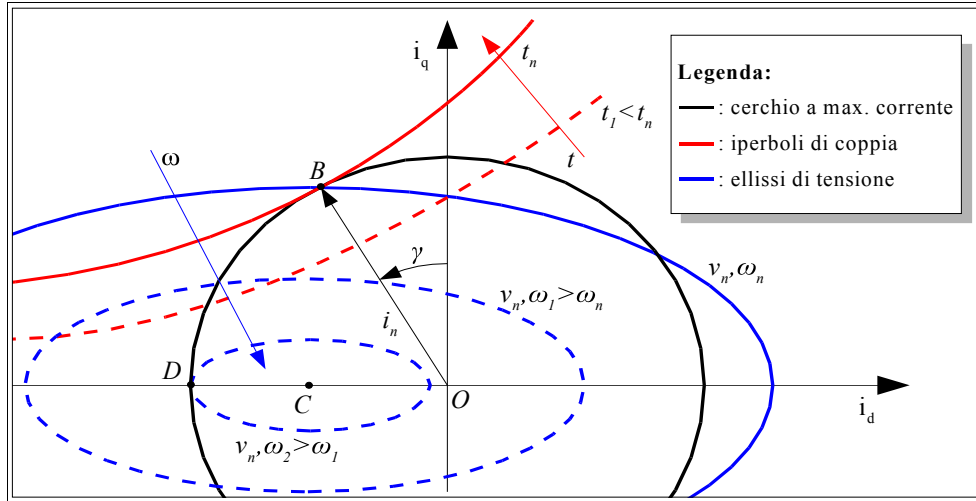


Fig. 24: Curve caratteristiche sul piano (i_d, i_q)

Bisogna adesso definire nel piano *d-q* il campo di funzionamento ottimale del motore. Esso è rappresentato da due curve aggiuntive, dette *traiettorie a massimo rapporto coppia/corrente* e *a massimo rapporto coppia/tensione*, le quali rappresentano il luogo dei punti di tangenza tra le iperboli di coppia rispettivamente con i cerchi di corrente e le ellissi di tensione, e quindi permettono di massimizzare la coppia in ogni situazione di funzionamento.

2.2.3 Traiettoria a massimo rapporto coppia - corrente.

Dalle equazioni (2.95), si ricavano le componenti della corrente in coordinate polari rispetto al modulo *i* e alla fase γ :

$$\begin{cases} i_d = i \sin \gamma \\ i_q = i \cos \gamma \end{cases} \quad (2.101)$$

e si sostituiscono nella (2.99):

$$t = \lambda_m i \cos \gamma + l_d (1 - \xi) i^2 \sin \gamma \cos \gamma \quad (2.102)$$

si divide la questa relazione per la corrente *i*:

$$\frac{t}{i} = \lambda_m \cos \gamma + l_d (1 - \xi) i \sin \gamma \cos \gamma \quad (2.103)$$

si deriva rispetto all'angolo γ e si uguaglia a zero:

$$\frac{\partial(t/i)}{\partial\gamma} = i l_d (1 - \xi) (\sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma) + \lambda_m \sin \gamma = 0 . \quad (2.104)$$

A questo punto la traiettoria può essere tracciata usando le coordinate polari, oppure rimoltiplicando per la corrente i e risostituendo le espressioni di i_d e i_q :

$$i^2 l_d (1 - \xi) (\sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma) + \lambda_m i \sin \gamma = l_d (1 - \xi) (i_d^2 - i_q^2) + \lambda_m i_d = 0 . \quad (2.105)$$

La curva così ottenuta è una ellisse passante per l'origine ed il punto B , come nella figura seguente:

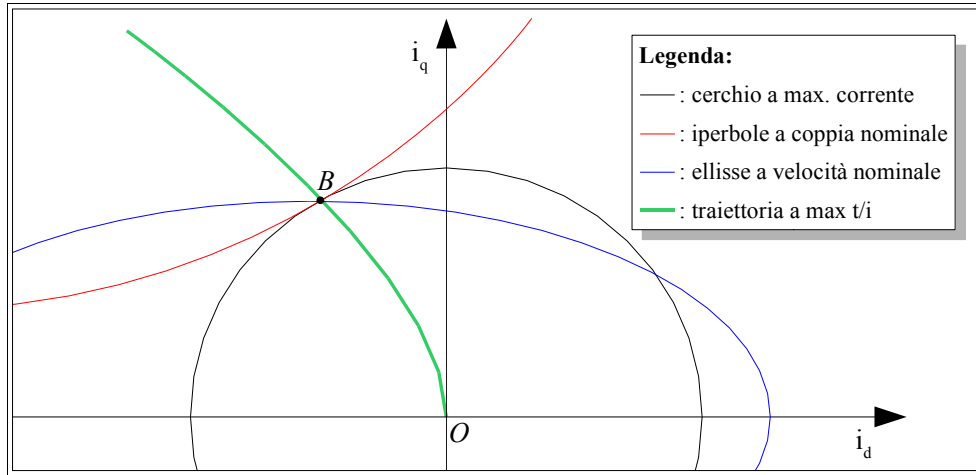


Fig. 25: Definizione del punto di funzionamento base nel piano (i_d, i_q)

2.2.4 Traiettoria a massimo rapporto coppia - tensione.

Si procede in modo pressoché analogo alle traiettorie a max t/i . Per comodità si considera un cambio di variabili, in modo che il nuovo sistema di riferimento abbia origine nel punto C :

$$\begin{cases} i_D = \frac{\lambda_m + l_d i_d}{\xi l_d} & \rightarrow & i_d = \frac{\xi l_d i_D - \lambda_m}{l_d} = \xi i_D - (\lambda_m / l_d) \\ i_Q = i_q \end{cases} \quad (2.106)$$

In pratica si considera un nuovo vettore di corrente di spazio di corrente il quale ha modulo e fase:

$$|\vec{i}_{DQ}| = i_{DQ} = \sqrt{(i_D^2 + i_Q^2)} \quad \langle \vec{i}_{DQ} \rangle = \theta = \arctan \left(\frac{i_D}{i_Q} \right) \quad (2.107)$$

e di conseguenza le seguenti componenti in coordinate polari:

$$\begin{cases} i_D = i_{DQ} \sin \theta \\ i_Q = i_{DQ} \cos \theta \end{cases} \quad (2.108)$$

Sostituendo le (2.106) e le (2.107) nella (2.100) si ottiene l'espressione della tensione nel nuovo sistema di riferimento:

$$\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = (i_D^2 + i_Q^2)\xi^2 l_d^2 = i_{DQ}^2 (\sin^2\theta + \cos^2\theta)\xi^2 l_d^2 = i_{DQ}^2 \xi^2 l_d^2 \quad (2.109)$$

da cui si ricava:

$$(a) \quad \frac{v}{\omega} = i_{DQ}\xi l_d \quad (b) \quad v = \omega i_{DQ}\xi l_d \quad (c) \quad i_{DQ} = \frac{v}{\omega\xi l_d} \quad (2.110)$$

Esprimendo a coppia (2.99) in funzione delle nuove variabili e considerando la (2.110)(c) si ottiene, dopo alcuni passaggi:

$$t = \left[\frac{v}{\omega\xi} (1-\xi)\sin\theta\cos\theta + \lambda_m \cos\theta \right] \frac{v}{l_d\omega} \quad (2.111)$$

Dividendo per la tensione, derivando rispetto θ ed uguagliando a zero si ottiene la traiettoria cercata nel nuovo sistema di riferimento:

$$\frac{\partial(t/v)}{\partial\theta} = \frac{v}{\omega\xi} (1-\xi)(\sin^2\theta - \cos^2\theta) + \lambda_m \sin\theta = 0 \quad (2.112)$$

Sostituendo in modo da tornare alle variabili originarie si ottiene:

$$l_d(1-\xi) \left[\left(\frac{\lambda_m + l_d i_d}{\xi l_d} \right)^2 - i_q^2 \right] + \lambda_m \left(\frac{\lambda_m + l_d i_d}{\xi l_d} \right) = 0 \quad (2.113)$$

La traiettoria è simile a quella tracciabile nelle variabili trasformate, ma questa volta con origine nel punto C . Quest'ultimo, secondo che il valore del rapporto $-\lambda_m/l_d$ sia maggiore, uguale o minore alla corrente nominale, può trovarsi all'esterno, sopra o all'interno del cerchio a massima corrente, generando 3 casi diversi, illustrati nella figura seguente:

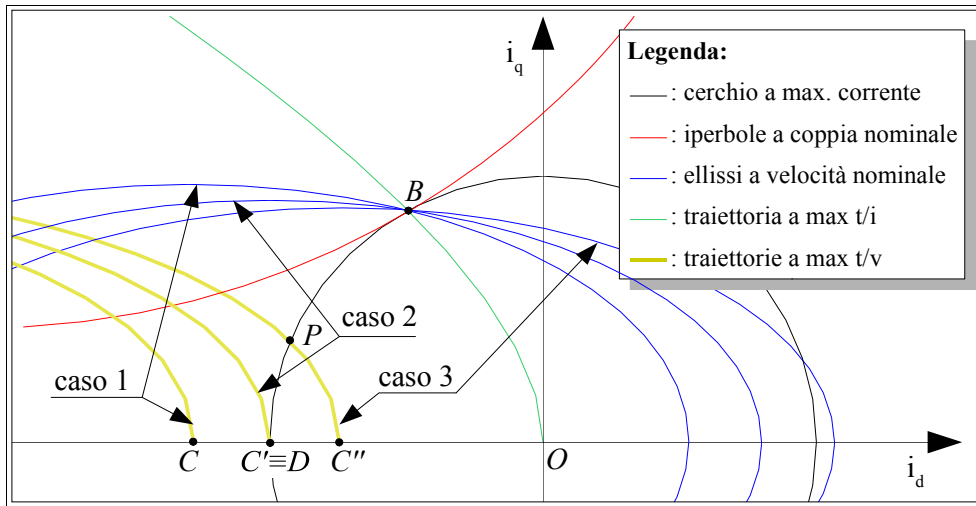


Fig. 26: I tre casi di traiettorie a massimo rapporto t/v sul piano (i_d, i_q)

Caso 1 ($|\lambda_m/l_d| > i_n$): La traiettoria a max t/v è esterna al cerchio di massima corrente. La velocità massima è nel punto D ed è finita.

Caso 2 ($|\lambda_m/l_d| = i_n$; $D \equiv C'$): La traiettoria a max t/v è tangente al cerchio di massima corrente. La velocità massima è sempre nel punto D , ma questa volta è teoricamente infinita. In realtà questa situazione è molto particolare ed alquanto improbabile ed è assimilabile al caso 3.

Caso 3 ($|\lambda_m/l_d| < i_n$): La traiettoria a max t/v è interna al cerchio di massima corrente. La velocità massima è nel punto C'' ed è teoricamente infinita. Il punto di intersezione tra la traiettoria a massimo rapporto t/v e il cerchio a massima corrente è chiamato P . Esso rappresenta il punto dal quale, per continuare ad effettuare il deflussaggio, bisogna diminuire il valore della corrente i_s in concomitanza dell'aumento di velocità.

2.2.5 Traiettoria di controllo del motore

Dopo aver illustrato tutte le nozioni necessarie, si può finalmente arrivare a definire la strategia di controllo del motore sul piano $d - q$.

Si consideri per generalità il caso 3, essendo gli altri due ricavabili facilmente.

I limiti di funzionamento sono dati dal cerchio a massima corrente e dall'ellisse a massima tensione, che definiscono l'area entro la quale il motore è vincolato a funzionare (zona di funzionamento nominale). Nel caso di un azionamento per applicazione automotive tali limiti dipendono dal valore finito della tensione di batteria disponibile per l'alimentazione; e per quanto riguarda la corrente dalla corrente nominale del convertitore che alimenta il motore.

Altre limitazioni riguardano il quadrante di possibile funzionamento: dovendo prevedere il funzionamento da motore e la frenatura sarà necessario operare nel IV quadrante (corrente i_q positiva e i_d negativa, coppia positiva) e nel III (corrente i_q negativa e i_d negativa, coppia negativa) rispettivamente. Data la simmetria del funzionamento nel IV e III quadrante, nel seguito si limiterà l'esposizione al caso del funzionamento da motore.

In definitiva, considerando, come precedentemente esposto, che la coppia è ottimizzata in base a tensione e corrente lungo le traiettorie a massimo rapporto t/i e t/v , il campo di funzionamento ottimale del motore si riduce allo spazio delimitato dalla spezzata che ha come vertici i punti $OBPC$:

- tratto OB (traiettoria a massimo rapporto t/i): funzionamento da velocità nulla fino alla velocità nominale, con coppie da zero alla coppia massima;
- tratto BP : (cerchio a massima corrente): funzionamento in deflussaggio (velocità maggiori della nominale) a corrente costante e coppia decrescente, fino alla velocità corrispondente al punto P ;
- tratto PC (quando esiste, traiettoria a massimo rapporto t/v): funzionamento in deflussaggio a corrente e coppia decrescente fino alla velocità infinita (e coppia nulla).

Il tratto BPC definisce le *traiettoria limite di funzionamento* della macchina, cioè la traiettoria lungo la quale viene sviluppata, al variare della velocità, la massima coppia considerando i limiti dovuti alla massima corrente e alla tensione di alimentazione del motore.

La strategia di controllo dovrà selezionare, in ogni condizione di funzionamento (in transitorio e a regime) la coppia di correnti i_q-i_d ottimale, in funzione della coppia e della velocità richiesta.

Nella zona in deflussaggio il punto di funzionamento a regime si trova all'intersezione tra l'iperbole di coppia e l'ellisse di tensione richieste. Esso sarà raggiunto muovendosi sulla traiettoria limite fino all'intersezione con l'iperbole della coppia richiesta, e quindi muovendosi su di essa fino a posizionarsi sull'ellisse di velocità richiesta nel punto Q . Tale punto minimizza la corrente assorbita rispetto l'altro punto di possibile funzionamento Q' .

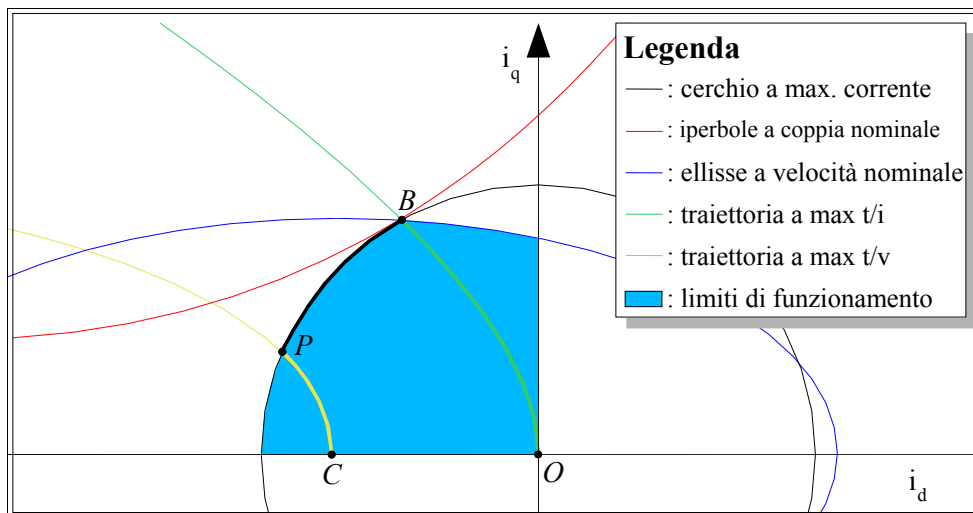


Fig. 27: Zona limite di funzionamento sul piano (i_d, i_q)

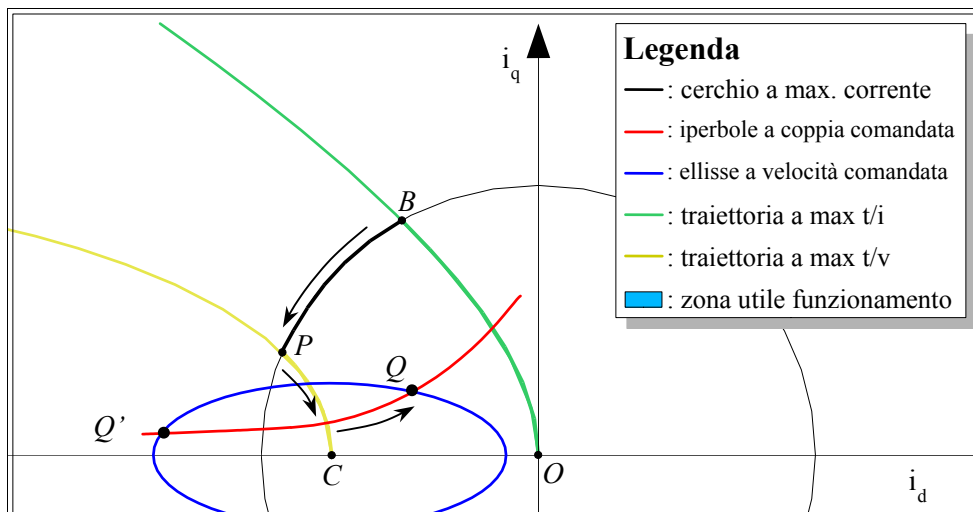


Fig. 28: Traiettoria e punto di funzionamento ottimale in deflussaggio

2.3 Schema di controllo motore

Un azionamento per applicazione automotive può essere impostato come un controllo di coppia oppure di velocità con anello interno di coppia. Si è visto come nel motore sincrono a magneti permanenti anisotropo il controllo di coppia dipenda, sebbene in modo non-lineare, dal controllo della corrente che deve essere del tipo ad orientamento di campo.

2.3.1 Controllo delle correnti

Lo schema per il controllo delle correnti del motore sincrono a magneti permanenti con orientamento sul flusso di rotore (RFOC) è illustrato nella seguente Fig. 29. Esso si riferisce alla alimentazione mediante un *convertitore di frequenza* (“*inverter*”) a tensione impressa.

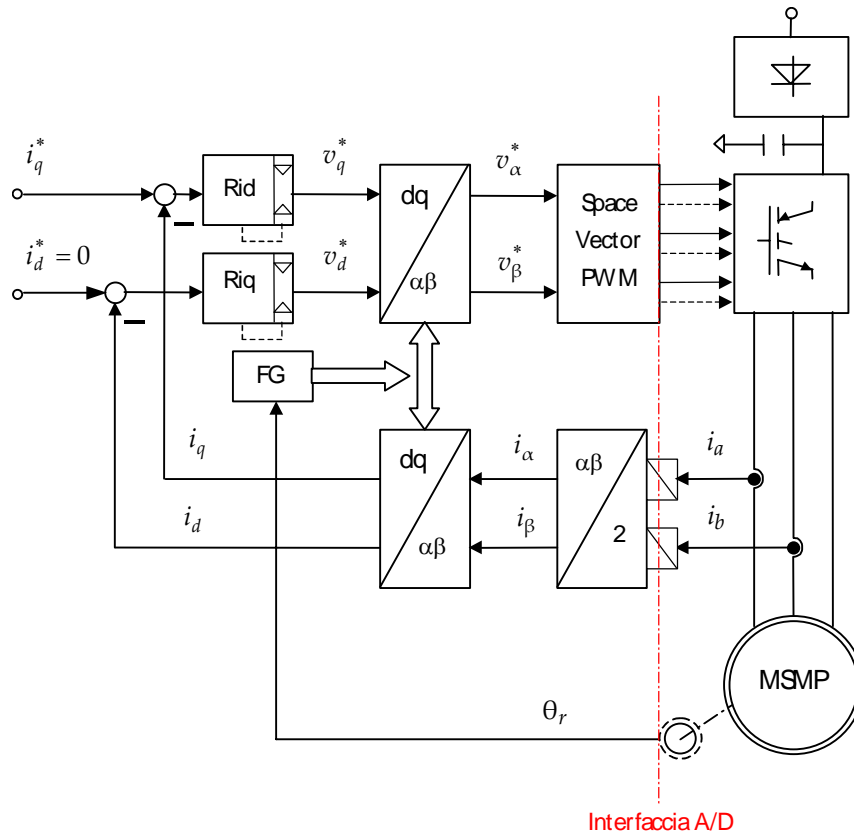


Fig. 29: Schema per il controllo di corrente orientato sul flusso di rotore tipo RFOC-SVPWM

L'inverter è comandato con la tecnica di modulazione dei vettori di spazio (Space Vector PWM) nel blocco omonimo, il cui ingresso è costituito dalle componenti, nel riferimento bifase di statore $(\alpha, \beta)^s$, del vettore "tensione di riferimento" da applicare al motore (si tratta, a regime, di grandezze alternate sfasate di $\pi/2$). Tali componenti sono indicate con v_α^* e v_β^* (l'asterisco viene utilizzato per indicare le grandezze di riferimento o comando). L'uscita del blocco di modulazione è invece rappresentata dai segnali logici di comando dei rami dell'inverter trifase.

Le componenti della tensione di riferimento vengono generate da un anello di controllo (vettoriale) della corrente di statore. In particolare sono controllate le componenti della corrente nel riferimento (d, q) rotante a velocità sincrona ed orientate secondo il flusso di rotore.

In particolare, in accordo con la teoria sul controllo vettoriale orientato sul flusso di rotore:

- la componente diretta (indicata con i_d) viene controllata con il riferimento nullo in quanto il flusso di rotore è il flusso del magnete;
- agendo invece sulla componente in quadratura (indicata con i_q) è possibile controllare in modo proporzionale la coppia elettromagnetica.

Per la determinazione di tali componenti (che a regime sono grandezze costanti poiché valutate in un riferimento sincrono) è necessario conoscere la posizione del flusso (asse magnetico) di rotore, cioè del riferimento rotante (d, q) , informazione ottenibile dal sensore meccanico di posizione (encoder o sonde di Hall, controllo "sensored") o, in alternativa, da appositi algoritmi di stima (controllo "sensorless").

Nota questa posizione, le correnti dq sono calcolate a partire da quelle reali (di fase) con una doppia trasformazione:

- la prima, una *trasformazione di fasi*, in cui si calcolano le componenti della corrente nel riferimento bifase di statore $(\alpha, \beta)^s$, indicate con i_α ed i_β ; si può osservare che, se il motore è collegato a stella (senza neutro), è necessario misurare due sole correnti di fase (ad esempio i_a ed i_b come indicato in Fig. 29) essendo la terza ricavabile dalla relazione al centro stella: $i_a + i_b + i_c = 0$; per questo motivo la trasformazione di fasi è indicata nel blocco come $2 \rightarrow (\alpha, \beta)^s$;
- la seconda, una *trasformazione di assi*, in cui le componenti $\alpha\beta$ sono trasformate in d, q (nota la posizione θ_r di tale riferimento).

La regolazione della corrente viene effettuata mediante due regolatori standard PI che agiscono in modo indipendente sulle componenti d e q (sono indicati con R_{id} ed R_{iq} rispettivamente). L'uscita di questi regolatori rappresenta le componenti della tensione di comando da applicare al motore per garantire il controllo della corrente nel riferimento rotante (sono indicate con v_d^* e v_q^*). Si tratta, come tutte le componenti nel riferimento sincrono, di grandezze costanti nel funzionamento a regime. Per ottenere le tensione di comando alternate (v_α^* e v_β^*) in ingresso al modulatore dei vettori di spazio è necessaria una trasformazione d'assi inversa $(d, q) \rightarrow (\alpha, \beta)^s$.

L'ingresso di controllo nello schema è rappresentato dai riferimenti delle correnti d'asse d e q , indicati con i_d^* e i_q^* . In accordo con quanto visto nella trattazione teorica, il valore assegnato a tali componenti dipenderà in modo non-lineare dalla coppia richiesta al motore.

2.3.2 Controllo di coppia

In base alle considerazioni sviluppate nella trattazione teorica, nella zona di funzionamento al di sotto della velocità nominale (detta zona a "coppia costante") il motore sincrono a magneti permanenti anisotropo può essere controllato in modo ottimale utilizzando le funzioni a massima coppia/corrente F_d ed F_q . Indicato con m_e^* il riferimento di coppia, tali funzioni si scrivono $i_d^* = F_d(m_e^*)$ e $i_q^* = F_q(m_e^*)$, e forniscono i comandi di corrente d e q tali da ottimizzare, per ciascun valore del comando di coppia, il rapporto coppia corrente. Lo schema è illustrato in Fig. 24.

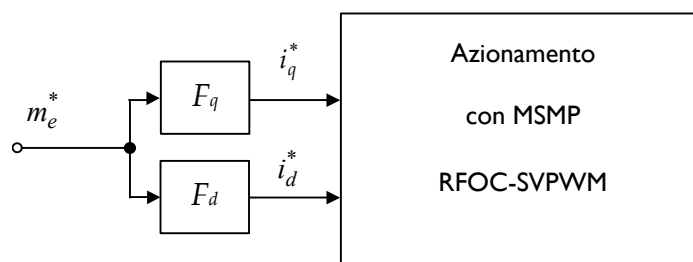


Fig. 24: Schema per il controllo RFOC di velocità per il motore IPM

Dal punto di vista implementativo può essere necessario, anche in un azionamento automotive, prevedere la possibilità di generare coppia *negativa*, per consentire il funzionamento in frenatura (essendo convenzionalmente positiva la coppia nel funzionamento da motore). Data la posizione delle iperboli a coppia costante nel piano delle correnti, a partire dalle funzioni F_d ed F_q tracciate per coppia positiva, si può utilizzare lo schema in Fig. 25, dove "abs" e "sgn" sono blocchi che restituiscono rispettivamente il valore assoluto e il segno della grandezza in ingresso.

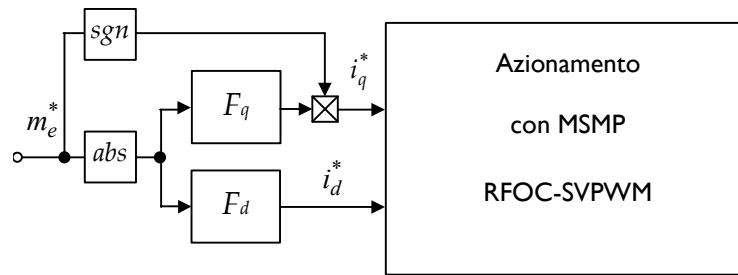


Fig. 25: Implementazione del segno della coppia

Nella zona di funzionamento in deflussaggio, al di sopra della velocità nominale, l'elaborazione del controllo di coppia ottimo richiede l'informazione sulla velocità di funzionamento secondo la logica descritta al paragrafo 2.2.5. I blocchi F_d ed F_q si trasformano in famiglie di curve $i_d^* = F_d(m_e^*, \omega_r)$ e $i_q^* = F_q(m_e^*, \omega_r)$ parametrizzate in funzione della velocità ω_r . Lo schema di principio diventa quello illustrato in Fig. 26.

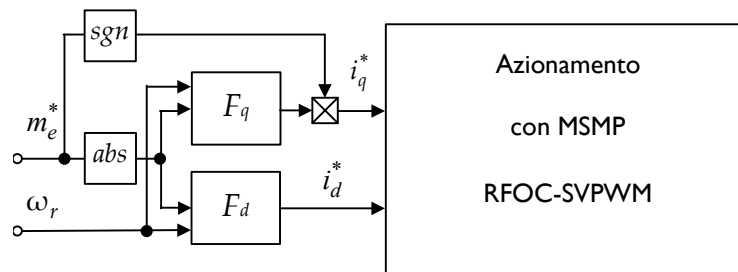


Fig. 26: Controllo di coppia ottimo in deflussaggio

2.3.3 Controllo di velocità

Il comando di coppia viene generato da un anello di controllo esterno di velocità, secondo la tecnica del *controllo in cascata*, come indicato in Fig. 27. In tal caso, il regolatore di velocità è assunto, di regola, di tipo proporzionale integrale (*PI*) allo scopo di assicurare errore nullo in condizione di regime di velocità, vale a dire eguaglianza tra il set-point ω_r^* e la velocità effettiva ω_r . Saturando l'uscita del regolatore di velocità è possibile limitare la richiesta di corrente di coppia e quindi, assicurata la funzionalità dell'anello di regolazione della corrente, imporre un limite massimo per la corrente effettiva nelle fasi del motore. Tale limite è di norma fissato pari alla corrente di sovraccarico per brevi periodi del motore, in modo da sfruttare la massima capacità di coppia della macchina durante i transitori di velocità.

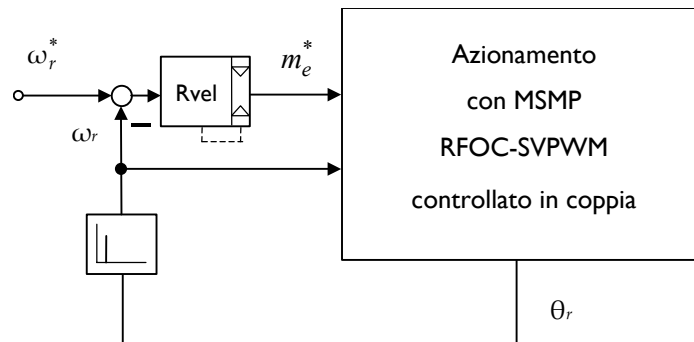


Fig. 27: Schema per il controllo RFOC di velocità

3 Controllo sensorless

3.1 Introduzione

Alcune recenti applicazioni nel settore automotive hanno evidenziato l'interesse nei confronti del motore sincrono a magneti permanenti "annegati", dove con questo termine si definisce la particolare costruzione del rotore con i magneti inseriti, piuttosto che in superficie, all'interno della struttura ferromagnetica.

Il motore a magneti permanenti annegati, IPM dall'acronimo inglese "interior permanent magnet", possiede, oltre le note caratteristiche comuni a tutti i motori sincroni a magneti permanenti (assenza di perdite sul rotore, elevato rendimento, elevato rapporto coppia/inerzia) alcune caratteristiche specifiche legate alla sua particolare costruzione.

Tra queste, le principali riguardano la robustezza meccanica della struttura rotorica, che ben si presta al funzionamento ad alta velocità, e la presenza della salienza magnetica. Quest'ultimo aspetto è sintetizzato con un rapporto di salienza non unitario, vale a dire l'induttanza del circuito magnetico secondo l'asse diretto (d) sensibilmente diversa dall'induttanza secondo l'asse in quadratura (q), laddove l'asse d è usualmente scelto allineato con l'asse del flusso al traferro generato dai magneti di rotore.

La salienza magnetica offre dei vantaggi sia in termini di possibilità di estendere il campo di funzionamento di velocità attraverso un opportuna procedura di indebolimento di campo, sia in quanto consente l'applicazione di alcune interessanti metodologie di individuazione della posizione e della velocità di rotore ("self-sensing" o controllo "sensorless"). Tra le metodologie proposte, due appaiono, in funzione del campo di regolazione della velocità, garantire i migliori risultati: le tecniche che si richiamano al concetto dell'osservatore di stato e quelle basate sull'iniezione di segnali ad alta frequenza.

Gli osservatori di stato forniscono prestazioni generalmente soddisfacenti nel funzionamento a velocità medio/alta. Essi richiedono l'impiego di modelli dinamici circuitali della macchina, la misura delle correnti di statore (uscita del sistema) e la conoscenza delle tensioni di alimentazione (ingresso del sistema). La differenza tra le variabili di stato stimate in base al modello e quelle misurate consente di calcolare in tempo reale la posizione e la velocità di rotore direttamente o attraverso grandezze correlate. Diversi sono gli approcci di questo tipo riportati in letteratura, la maggior parte di essi applicati a motori privi di salienza magnetica: sono stati proposti osservatori di tipo deterministico (Luenberger [1], [2]), non lineari ("sliding mode" [2]), stocastici (filtro di Kalman esteso [3]), soluzioni basate su sistemi adattativi con modello di riferimento (MRAS), [5]. Ciascuna proposta presenta dei vantaggi sulle altre in relazione ad aspetti specifici, che possono riguardare tanto la complessità dell'algoritmo di stima quanto la sensibilità alle variazioni

parametriche ed ai disturbi. Ma sostanzialmente tutte hanno qualche limitazione quando si consideri il funzionamento a rotore fermo, a bassa velocità e l'affidabilità nell'avviamento.

Le tecniche basate sull'iniezione di segnali ad alta frequenza rappresentano il più recente sviluppo nella ricerca sul controllo sensorless dei motori sincroni IPM. Si tratta di metodologie che si avvalgono della salienza magnetica costruttiva della macchina per individuare la posizione del rotore attraverso l'iniezione di opportuni segnali ad alta frequenza e l'elaborazione in tempo reale degli effetti da essi causati [6], [6], [7]. Tali soluzioni garantiscono il funzionamento a rotore fermo ed a bassa velocità, ma richiedono un'elevata precisione nelle misure, un certo grado di reiezione ai disturbi ed al rumore ed un'elevata accuratezza nell'elaborazione dei segnali, specialmente quando l'implementazione del metodo sia completamente digitale e/o il livello di salienza della macchina non sia elevato.

Questo capitolo descrive la metodologia di controllo sensorless dei motori sincroni a magneti permanenti anisotropi sviluppata per l'azionamento per elettroventovola di interesse della Spal Automotive. Il metodo è basato sulla stima della forza contro-elettromotrice (back-EMF) indotta dai magneti sulle fasi di rotore.

Continua...

Appendici

Curva di ottimizzazione del rapporto coppia/corrente del motore SPM

La curva k a massimo rapporto coppia/corrente del motore sincrono a magneti permanenti anisotropo, indicata in Fig. 22, può essere ricavata a partire dall'espressione della coppia elettromagnetica:

$$C = p \left\{ \hat{\psi}_M i_s \sin \varepsilon + \frac{1}{2} (L_d - L_q) i_s^2 \sin 2\varepsilon \right\} \quad (\text{a.1})$$

Ricavando il rapporto coppia/corrente si ha:

$$\frac{C}{i_s} = p \left\{ \hat{\psi}_M \sin \varepsilon - \Delta L i_s \sin 2\varepsilon \right\} \quad (\text{a.2})$$

dove si è posto per comodità:

$$\Delta L = \frac{L_q - L_d}{2} \quad (\text{a.3})$$

Derivando la coppia rispetto l'angolo ε ad ampiezza di corrente costante e ponendo pari a zero per individuare la condizione di massimo si ha:

$$\left. \frac{d(C/i_s)}{d\varepsilon} \right|_{i_s=\text{cost}} = p \left\{ \hat{\psi}_M \cos \varepsilon - 2\Delta L i_s \cos 2\varepsilon \right\} = 0 \quad (\text{a.4})$$

da cui si ricava:

$$i_s = \frac{\hat{\psi}_M \cos \varepsilon}{2\Delta L \cos 2\varepsilon} = \frac{\hat{\psi}_M \cos \varepsilon}{2\Delta L [\cos^2(\varepsilon) - \sin^2(\varepsilon)]} \quad (\text{a.5})$$

Considerando le espressioni (1.92) si può sostituire:

$$\cos \varepsilon = i_d / i_s, \quad \sin \varepsilon = i_q / i_s \quad (\text{a.6})$$

ottenendo:

$$1 = \frac{\hat{\psi}_M i_d}{2\Delta L [i_d^2 - i_q^2]} \quad (\text{a.7})$$

da cui l'equazione di secondo grado:

$$2\Delta L i_d^2 - \hat{\psi}_M i_d - 2\Delta L i_q^2 = 0 \quad (\text{a.8})$$

la cui soluzione fornisce:

$$i_d = \frac{\hat{\psi}_M}{4\Delta L} \pm \sqrt{\frac{\hat{\psi}_M^2}{16\Delta L^2} + i_q^2} \quad (\text{a.9})$$

È facile verificare come, assumendo la radice con segno (-), la corrente i_d sia nulla per $i_q = 0$ e sempre negativa, indipendentemente dal segno di i_q , per $i_q \neq 0$, in accordo con l'andamento qualitativo di Fig. 22.

Bibliografia

Modellistica e controllo motori sincroni

- [a1] F. Parasiliti , M. Tursini: “*Modelling and Simulation of a Buried Permanent Magnet Synchronous Motor Drive*”. Proc. of 3rd European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'89), Vol.I, p.201÷206, Aachen (Germania), 9-12 ottobre 1989.
- [a2] F. Parasiliti , M. Tursini: “*Studio e simulazione di un azionamento con motore sincrono a magneti permanenti*”. L'ENERGIA ELETTRICA, n.12, p.57÷70, dicembre 1989.
- [a3] E. Chiricozzi, F. Parasiliti , M. Tursini: “*Torque and Speed Control Methods for PM Brushless Motors*”. 2nd Interactive Seminar on PM Brushless Motors, A.N.A.E., Bressanone, marzo 1991.
- [a4] A. Busich, C. Cecati , F. Parasiliti , M. Tursini: “*A Real-Time Controller for Extended Torque-Speed Operation of an Interior Permanent Magnet Motor Drives*”. Proc. of Motion Control for Intelligent Automation, lp. p. 1÷6, Perugia, 27-29 Ottobre 1992.
- [a5] C. Cecati, P. Di Matteo, F. Parasiliti, M. Tursini: “*Controllo vettoriale a struttura variabile di un motore sincrono a magneti permanenti annegati*”. Atti del Convegno “Sviluppo e prospettive dei trasporti elettrificati: ricerca e innovazione”, Vol.II, p.591÷602, Genova 25-27 Novembre 1992.

Controllo sensorless

- [1] Sattler, Ph.K.; Stärker, K.: “*Estimation of speed and pole position of an inverter fed permanent excited synchronous machine*”. Proc. of EPE, pp. 1207-1212, Aachen, 1989.

- [2] Jones, L.A.; Lang, J.H.: “*A state observer for the permanent magnet synchronous motor*”. IEEE Trans. Ind. Electronics, Vol. 36, No. 3, pp. 374-382, August 1989.
- [3] Parasiliti, F.; Petrella, R.; Tursini, M.: “*Sensorless speed control of a PM synchronous motor based on sliding mode observer and extended Kalman filter*”. Proc. of IEEE-IAS Annual Meeting, Chicago, September 30 October 4, 2001, CD Rom.
- [4] Bolognani, S.; Oboe, R.; Zigliotto, M.: “*Sensorless full-digital PMSM drive with EKF estimation of speed and rotor position*”. IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 46, No. 1, pp. 184-191, February 1999.
- [5] Matsui, N.: “*Sensorless PM brushless dc motor drives*”. IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 43, pp. 300-308, April 1996.
- [6] Corley, M.J.; Lorenz, R.D.: “*Rotor position and velocity estimation for a salient-pole permanent magnet synchronous machine at standstill and high speeds*”. IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 34, No. 4, pp. 36-41, July/August 1998.
- [7] Shroedl, M.: “*Sensorless control of AC machines at low speed and standstill based on the “INFORM” method*”. Proc. of IEEE-IAS Annual Meeting, Vol. 1, pp. 270-277, 1996.
- [8] Consoli, A.; Scarcella, G.; Testa, A.: “*Sensorless control of PM synchronous motors at zero speed*”. Proc. of IEEE-IAS Annual Meeting, Vol. 1, pp. 270-277, 1999.
- [9] Bellini, A.; Bifaretti, S.; Costantini, S.: “*Identification of the mechanical parameters in high-performance drives*”. Proc. of EPE, Graz, 2001, CD Rom.
- [10] Parasiliti, F.; Petrella, R.; Tursini, M.: “*Sensorless Speed Control of Salient Rotor PM Synchronous Motor Based on High Frequency Signal Injection and Kalman Filter*”. Submitted to the 2002 IEEE-IAS Annual Meeting, Pittsburgh, USA.