

I.6 – Azionamenti con motore a passo.

In questo capitolo si affrontano i principi di funzionamento e i dettagli costruttivi dei principali attuatori a passo. Verrà anche fornito un semplice esempio di dimensionamento.

I.6.1 – Motori a passo a riluttanza variabile.

La sezione della struttura interna di un *attuatore (motore) a passo a riluttanza variabile (VR)*, a tre fasi e quattro denti di rotore (*poles or teeth*), è schematicamente riportata in Fig.I.6.1.a.

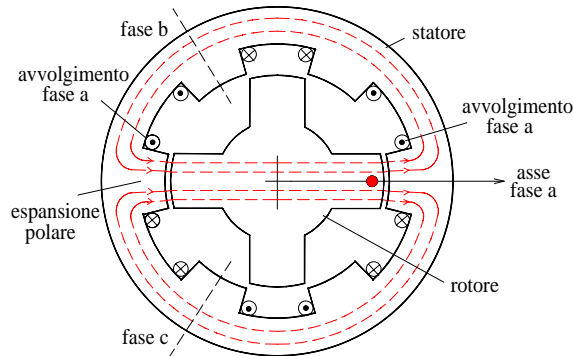


Fig.I.6.1.a - Struttura di un motore a passo a riluttanza

Sia lo statore che il rotore sono realizzati con materiale ferromagnetico (acciaio dolce) e presentano marcata anisotropia radiale. Ciascuna fase di statore è composta da più avvolgimenti, disposti su coppie diametralmente opposte di espansioni polari (*coppie polari*); la Fig.I.6.1.a riporta il caso semplice di un avvolgimento trifase, con una sola coppia polare per fase. Il rotore presenta N_R salienze (denti) equidistanziati tra loro di un angolo (*passo di rotore*) dato da

Sia lo statore che il rotore sono realizzati con materiale ferromagnetico (acciaio dolce) e presentano marcata anisotropia radiale. Ciascuna fase di statore è composta da più avvolgimenti, disposti su coppie diametralmente opposte di espansioni polari (*coppie polari*); la Fig.I.6.1.a riporta il caso semplice di un avvolgimento trifase, con una sola coppia polare per fase. Il rotore presenta N_R salienze (denti) equidistanziati tra loro di un angolo (*passo di rotore*) dato da

$$\alpha_R = \frac{2\pi}{D_R} \tag{I.6.1.1}$$

Il principio di funzionamento è il seguente: si supponga di essere nella condizione indicata in Fig.I.6.1.a, con la fase a alimentata con una corrente continua e costante, a vuoto. In condizioni di equilibrio, il rotore si posiziona in modo che una sua coppia di denti si trovi allineata con l'asse della fase alimentata, a cui corrisponde una configurazione di equilibrio stabile a minima riluttanza. Si tolga ora l'alimentazione alla fase a, e si alimenti la fase b. Sul rotore nasce una coppia che lo porta in rotazione in senso antiorario fino a far coincidere la coppia di denti di rotore più vicina alla fase b con l'asse della fase stessa, posizione alla quale corrisponde nuovamente la minima riluttanza del sistema.

La rotazione compiuta dal rotore è detta *angolo di passo* α_p ed il corrispondente numero di passi/giro è dato dalla (I.6.1.2)

$$N_p = \frac{2\pi}{\alpha_p} \tag{I.6.1.2}$$

N_p è un importante parametro dei motori a passo, in quanto indicativo della risoluzione angolare ottenibile durante il posizionamento di un carico meccanico direttamente collegato all'albero.

Ripetendo le operazioni per la fase c si ha un ulteriore passo in avanti (in senso antiorario), come rappresentato in Fig.I.6.1.b.

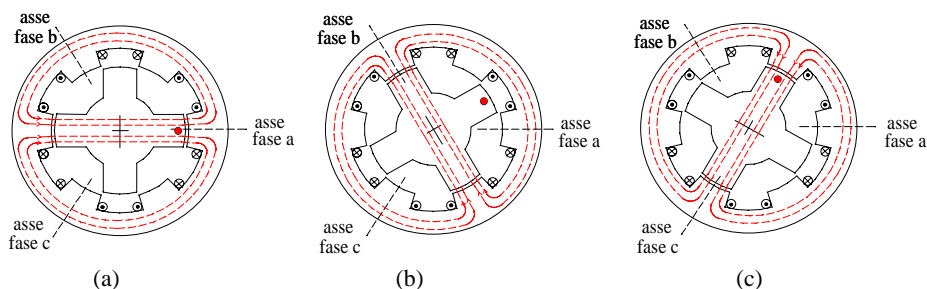


Fig.I.6.1.b - Posizioni di rotore in due passi successivi

Si può facilmente intuire che un ulteriore passo in avanti, ottenuto alimentando nuovamente la fase a, porta il rotore in una posizione analoga a quella di Fig.I.6.1.b (a), ruotato rispetto a questa di un passo di rotore ($\pi/2$, in questo caso). Dunque alimentando ciclicamente le tre fasi di statore si ottiene una rotazione pari ad un passo rotorico. E' possibile dunque calcolare il numero di passi necessari per completare un angolo giro e trovarsi in una posizione di rotore coincidente con quella di partenza:

$$N_p = D_r \cdot F_s \quad (\text{I.6.1.3})$$

dove F_s è il numero di fasi di statore e D_r rappresenta il numero di denti di rotore.

Nello statore dei motori VR ciascuna fase può essere disposta in modo che i denti diametralmente opposti abbiano polarità magnetiche coincidenti od opposte, a seconda del convertitore che si desidera abbinare al motore.

Nei motori VR il traferro (*air-gap*) in aria tra denti di statore e di rotore viene tenuto quanto più piccolo possibile per avere, a parità di corrente di eccitazione e dunque di forza magnetomotrice, induzioni e quindi coppie più elevate. A parità di coppia resistente applicata, la disponibilità di elevata coppia massima produce anche un ridotto scostamento (*displacement*) rispetto alla posizione di allineamento a vuoto e dunque posizionamenti più accurati.

Un'altra caratteristica ricercata dai progettisti è quella di avere un piccolo angolo di passo, che consenta elevata risoluzione nel posizionamento. Il passo $\alpha_p = \pi/6$ rad che si ottiene dalla (I.6.1.3) sostituendo l'esempio di Fig.I.6.1.a ($D_r=4$, $F_s=3$) non rappresenta naturalmente una soluzione soddisfacente, a meno che non si ricorra ad ingranaggi demoltiplicatori, che peraltro introducono attriti e giochi dagli effetti indesiderati. Una prima intuitiva miglioria è costituita dall'aumento del numero dei denti di rotore, fino a quando la complessità meccanica non ne intacchi la robustezza o l'economicità della produzione. In alternativa, si può pensare di aumentare il numero di fasi di statore. Anche in questo caso, il limite alla fattibilità è costituito dallo spazio a disposizione per collocare gli avvolgimenti nello statore, mentre il costo dell'azionamento è pesantemente influenzato dal convertitore. Il numero di componenti di potenza del convertitore, infatti, è direttamente legato alle fasi da alimentare, il cui numero influenza anche i requisiti per il microprocessore di controllo o l'equivalente circuiteria hardware.

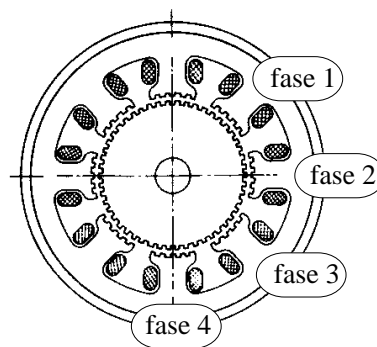


Fig.I.6.1.c - Motore VR con 4 fasi di statore e 50 denti di rotore

Un esempio di struttura con 4 fasi di statore ($F_s = 4$) e 50 denti di rotore ($D_r = 50$) è riportata, a titolo d'esempio, in Fig.I.6.1.c. A tale struttura corrisponde, in base alla (I.6.1.3), un numero di passi pari a $N_p=200$ passi, ovvero una risoluzione di 1.8° .

Il numero di denti di statore è 40, ma risulta chiaro che questo dato non interviene nella determinazione del passo del motore; va comunque sottolineato che non tutte le combinazioni sono possibili; elaborate considerazioni portano a definire delle tabelle che contengono le combinazioni possibili.

Per aumentare la risoluzione è stata studiata una struttura per i motori VR detta "in cascata" (o "multi-stack"), di cui una rappresentazione schematica è riportata in Fig.I.6.1.d.

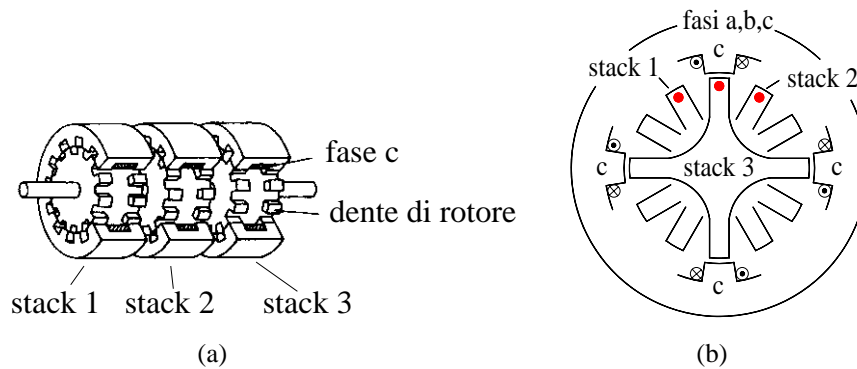


Fig.I.6.1.d - Struttura di un motore a riluttanza variabile "multi-stack" a tre fasi

Rispetto al motore VR di Fig.I.6.1.a, che presenta uno statore a singolo stadio ("single stack") sul quale alloggiavano tutte le tre fasi, il motore multi-stack è realizzato con uno statore a tre stadi, uno per ciascuna fase. Pensando di vederle sovrapposte in un unico piano, la struttura è equivalente a quella del VR convenzionale di Fig.I.6.1.d (b), in cui per semplicità si sono disegnati solo quattro denti di rotore e di statore. Nei motori "multi-stack" i denti di statore e di rotore sono molti di più e presentano lo stesso angolo di passo; inoltre, ciascuno stadio è montato sfasato di $1/3$ di passo (in generale, di α_p/F_s rad) rispetto al precedente, come illustrato in Fig.I.6.1.d (a).

Il principio di funzionamento è abbastanza intuitivo. Si supponga che inizialmente sia alimentata la terza fase e che dunque il rotore sia allineato con i denti del terzo stadio di statore (stack 3). A questo punto, alimentando la fase a si produce un avanzamento di un terzo di passo in senso orario, mentre si ottiene il medesimo avanzamento in senso opposto alimentando la fase b.

I motori VR multi-stack sono impiegati nelle macchine utensili a controllo numerico per l'ottima risoluzione angolare che ne costituisce caratteristica peculiare.

I.6.2 - Motori a passo a magneti permanenti.

La sezione della struttura di un attuatore (motore) a passo a magneti permanenti (PM), a quattro fasi, è schematicamente riportata in Fig.I.6.2.a.

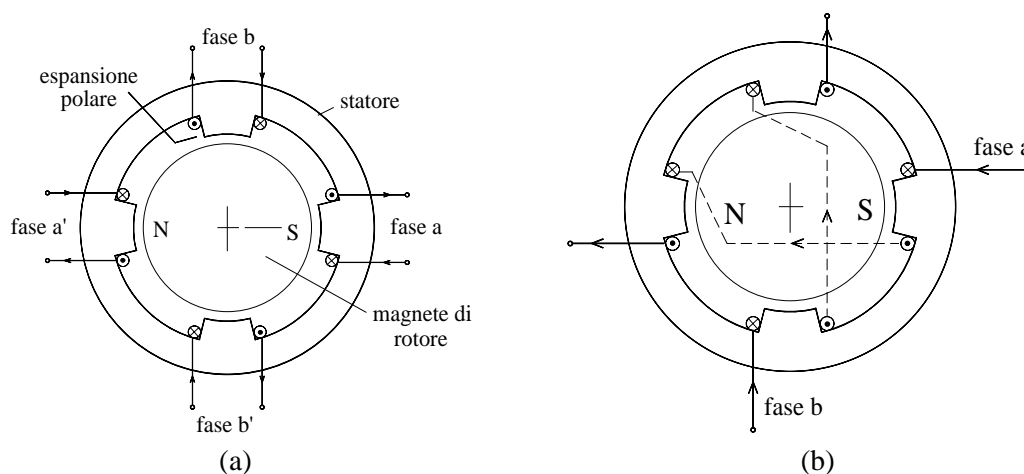


Fig.I.6.2.a - Struttura di un motore a passo a magneti permanenti

Il rotore è costituito da un magnete permanente cilindrico e presenta dunque una sola coppia polare, con polarità disposte in senso radiale; strutture più complesse, con più coppie polari, possono essere realizzate inserendo magneti permanenti opportunamente sagomati all'interno di una struttura rotorica

portante, realizzata con gli accorgimenti necessari (traferri o interposizione di materiali amagnetici) atti ad evitare "cortocircuiti" magnetici.

Quando una fase è percorsa da corrente, i suoi conduttori risentono di una forza che tende a disporre il piano delle spire perpendicolarmente al campo magnetico prodotto dal rotore; per il principio di azione e reazione, si muoverà naturalmente il rotore, ruotando fino ad allineare il suo asse con quello della fase alimentata. Con riferimento ad esempio alla Fig.I.6.2.a (a), alimentando in successione le fasi $a \rightarrow b \rightarrow a' \rightarrow b'$ si ottiene una rotazione in senso antiorario con passi di $\pi/2$ rad.

Per aumentare le amperspire coinvolte nella produzione di coppia è possibile anche una configurazione con gli avvolgimenti collegati in serie a coppie, come illustrato in Fig.I.6.2.a (b). In tal caso vi sono solo due fasi, ma il convertitore che le alimenta deve essere in grado di imporre correnti di ambo i versi, soluzione che comporta generalmente un aggravio dei costi.

Come evidenzia l'esempio di Fig.I.6.2.a, la risoluzione nel posizionamento è piuttosto grossolana. Raddoppiando sia le fasi di statore che le coppie polari di rotore si ottiene un motore con angolo di passo $\alpha_p=45^\circ$. Esistono però limiti fisici sia al numero di denti di statore che, soprattutto, al numero di coppie polari, per cui si può concludere che a parità di complessità tecnologica e di produzione la risoluzione dei motori a passo PM rispetto ai motori VR è sicuramente peggiore. Inoltre, la coppia prodotta è limitata dalla massima induzione al traferro, a sua volta legata alla induzione residua dei magneti impiegati nel rotore.

Generalmente, per contenere i costi, si utilizzano normali ferriti, che non presentano né induzioni né campi coercitivi particolarmente elevati.

Un vantaggio dei motori a passo PM è che vi sono per il rotore posizioni di equilibrio pari al numero di passi/giro anche in caso di assenza di eccitazione delle fasi di statore. La coppia in assenza di eccitazione è detta *coppia di tenuta* (*detent torque, DT*) e solitamente varia tra il 5% ed il 20% della coppia che si esplica quando le fasi sono alimentate. In alcune applicazioni, ove questa caratteristica viene sfruttata, si sagomano opportunamente i denti per accentuare l'anisotropia di statore e massimizzare la coppia di tenuta; in altri casi essa introduce solo un indesiderato fenomeno di "puntamento" (*cogging*) e si cerca di minimizzarla, sempre agendo sulla conformazione dei denti di statore.

Al termine dell'esecuzione di ogni singolo passo, il rotore si attesta nella posizione di equilibrio dopo un transitorio i cui parametri caratteristici (sovralongazione e smorzamento) dipendono dalle caratteristiche del motore e del convertitore che lo alimenta. Nei motori a passo PM la presenza del magnete ha per effetto secondario un aumento dello smorzamento, che consente posizionamenti più rapidi rispetto a quelli dei motori VR.

I.6.3 - Modi di alimentazione dei motori a passo.

Nel paragrafi precedenti è stato illustrato il principio di funzionamento dei diversi tipi di motore a passo, assumendo sempre che venisse alimentata separatamente ogni singola fase (*single-phase excitation*). Questo tipo di alimentazione è il più semplice e quello che viene assunto come base nell'analisi dei meccanismi fondamentali di funzionamento; vi sono comunque metodi diversi di alimentazione dei motori ibridi, ciascuno con particolari vantaggi e svantaggi. Di seguito ne verrà fornita una sintesi schematica.

I.6.3.1 - Eccitazione a singola fase.

Come già accennato nell'introduzione, è il metodo più semplice, noto anche come "*one-phase-on drive*". Nella Tab.I.6.3.1.a, riferita ad un motore a passo a tre fasi, è riportato un esempio di sequenza di comando agli interruttori che pilotano l'alimentazione di ciascuna fase. Un "1" significa che la fase è alimentata, mentre una casella vuota significa che essa è spenta.

Tab.I.6.3.1.a - Sequenza di comando nel modo di eccitazione a singola fase

	I	1	2	3	4	5	6	7	8
Fase S ₁	1			1			1		
Fase S ₂		1			1			1	
Fase S ₃			1			1			1

All'inizio si suppone che il rotore sia in uno stato d'equilibrio (I) con la sola fase A alimentata. Il primo passo in avanti viene ottenuto diseccitando la fase S₁ ed alimentando la fase S₂, quindi la fase S₃ e così via. Invertendo la sequenza di alimentazione delle fasi si ottiene l'inversione del senso di rotazione del motore.

In base alle considerazioni sulla conversione elettromeccanica dell'energia, è possibile ricavare un'espressione per la coppia che agisce sul rotore quando viene alimentata la singola fase. Ad esempio, l'autoinduttanza della fase S₁ può essere approssimata come:

$$L_a = L_o + L_2 \cos(4\vartheta) \quad (\text{I.6.3.1.1})$$

Nell'ipotesi di assenza di saturazione del circuito magnetico, la coppia prodotta dalla fase S₁ si calcola con la I.3.11:

$$\tau_a = \frac{\partial W_m}{\partial \vartheta} = -2L_2 i^2 \sin(4\vartheta) \quad (\text{I.6.3.1.2})$$

e dunque ha valore massimo pari a $2L_2 i^2$ e punto di equilibrio stabile in $\vartheta = 0$. Allo stesso modo si trovano, per le fasi S₂ ed S₃ rispettivamente:

$$L_b = L_o + L_2 \cos(4\vartheta - 2\pi/3) \quad (\text{I.6.3.1.3})$$

$$L_c = L_o + L_2 \cos(4\vartheta + 2\pi/3) \quad (\text{I.6.3.1.4})$$

e dunque

$$\tau_b = -2L_2 i^2 \sin(4\vartheta - 2\pi/3) \quad (\text{I.6.3.1.5})$$

$$\tau_c = -2L_2 i^2 \sin(4\vartheta + 2\pi/3) \quad (\text{I.6.3.1.6})$$

L'andamento delle coppie generate dalle singole fasi è riportato in Fig.I.6.3.1.a.

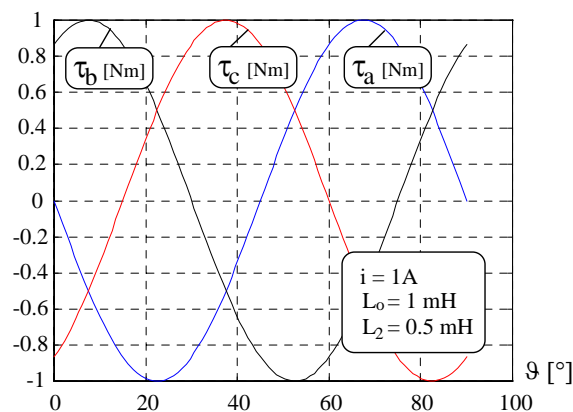


Fig.I.6.3.1.a - Coppie prodotte da ciascuna fase in un motore VR

La dinamica del motore a passo dipende fortemente dal tipo di alimentazione. Le equazioni che descrivono la dinamica sia dei motori VR che PM sono differenziali non lineari; solitamente, si studia la dinamica per piccoli spostamenti attorno ad una posizione di equilibrio del rotore, in modo da poter linearizzare le equazioni del sistema ed applicare la trasformata di Laplace. Con queste ipotesi, si può dimostrare che la funzione di trasferimento per un motore a passo (sia VR che PM) alimentato con eccitazione a singola fase è quella di un sistema del secondo ordine:

$$\frac{\Theta_o}{\Theta_i} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (\text{I.6.3.1.7})$$

dove Θ_o e Θ_i sono le L-trasformate rispettivamente della posizione effettiva e del riferimento. La pulsazione naturale (*natural angular frequency*) ω_n e lo smorzamento ξ per il motore PM sono dati da:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{p^2 I_o \Lambda_{mg}}{2J}} \quad (\text{I.6.3.1.8})$$

$$\xi = \frac{B}{2J\omega_n} \quad (\text{I.6.3.1.9})$$

dove p è il numero di coppie polari associato a ciascuna fase, I_o è la corrente che in equilibrio alimenta la singola fase, Λ_{mg} è il valore massimo del flusso prodotto dal magnete permanente di rotore e concatenato con la singola fase, J e B sono rispettivamente momento di inerzia e coefficiente di attrito viscoso del motore e del carico riportato al motore. È interessante notare come I_o e Λ_{mg} siano anche direttamente responsabili della produzione della coppia statica. Più crescono, più è alta la frequenza naturale e meno smorzato risulta il posizionamento del rotore a seguito di una variazione a gradino del riferimento.

Per il motore VR risulta invece:

$$\omega_n = 2pI_o \sqrt{\frac{2L}{J}} \quad (\text{I.6.3.1.10})$$

dove L rappresenta l'induttanza di fase del motore VR. Lo smorzamento ξ è ancora dato dall'espressione (I.6.3.1.9).

Solitamente i motori PM risultano più smorzati dei motori VR, per la presenza del magnete permanente sul rotore; le espressioni (I.6.3.1.8 - I.6.3.1.10) indicano comunque che vi è un notevole grado di libertà durante la progettazione del motore stesso.

I.6.3.2 - Eccitazione a doppia fase.

Questo modo prevede l'alimentazione contemporanea di due fasi (*two-phase-on operation*). In analogia a quanto visto nel paragrafo precedente, si riporta di seguito la tabella con un esempio di sequenze di comando per un motore VR con avvolgimento monofilare, a tre fasi:

Tab.I.6.3.2.a - Sequenza di comando nel modo di eccitazione a doppia fase

	1	2	3	4	5	6	7	8
Fase S_1	1	1	1	1		1	1	
Fase S_2		1	1	1	1		1	1
Fase S_3	1		1	1		1	1	1

La Fig.I.6.3.2.a riporta la situazione nei passi 1,2,3 della tabella, per una migliore comprensione del funzionamento. Ci si rende subito conto che ciascuna posizione di equilibrio non vede più il rotore

allinearsi con una salienza di statore, come accadeva nel funzionamento a singola fase. Ad ogni passo corrisponde un avanzamento di 30° , come di consueto.

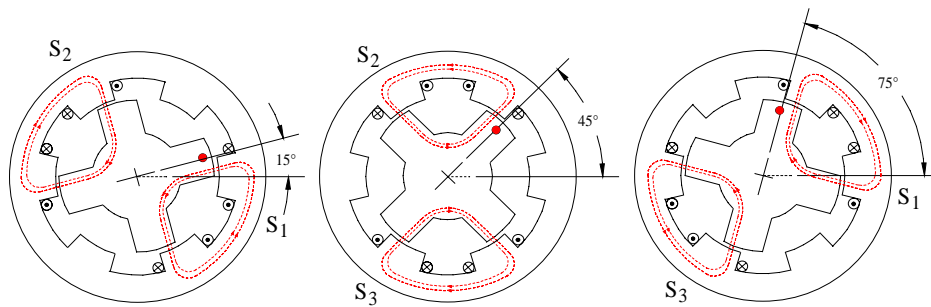


Fig.I.6.3.2.a - Posizioni di rotore nel funzionamento a doppia fase

Ancora una volta, sfruttando i principi di conversione elettromeccanica dell'energia, è possibile derivare le diverse posizioni di equilibrio stabile analizzando la coppia che agisce sul rotore, quando siano alimentate contemporaneamente due fasi. In modo del tutto analogo a quanto visto in precedenza, l'induttanza relativa alla fase S_1 ha un andamento in funzione della coordinata angolare ϑ che può essere approssimato analiticamente dalla relazione:

$$L_a = L_o + L_2 \cos(4\vartheta) \quad (\text{I.6.3.2.1})$$

Allo stesso modo, data la simmetria esistente, l'induttanza della fase S_2 si esprime come:

$$L_b = L_o + L_2 \cos(4(\vartheta + \pi/6)) = L_o + L_2 \cos(4\vartheta + 2\pi/3) \quad (\text{I.6.3.2.2})$$

E' anche facile rendersi conto che la mutua induttanza fra gli avvolgimenti nei motori a passo a riluttanza (e nei motori Switched Reluctance) può essere trascurata. Nelle ipotesi che:

- i poli di statore siano in numero pari;
- non vi sia saturazione delle parti in ferro, che si assume abbiano permeabilità infinita;
- i poli statorici siano alimentati a coppie;

le linee di campo di ciascuna fase hanno un percorso preferenziale attraverso i poli corrispondenti alla fase eccitata (Fig.I.6.3.2.b - a).

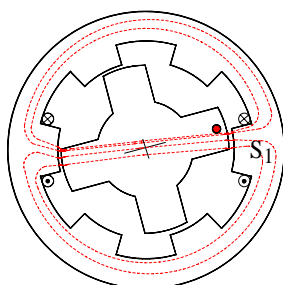
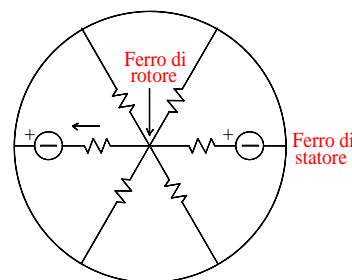


Fig.I.6.3.2.b a) - Linee di campo



b) Circuito elettrico equivalente

Lo statore ed il rotore si trovano allo stesso potenziale magnetico, quindi non vi è flusso sui percorsi magnetici dei poli di statore non alimentati, ovvero non vi è mutua induttanza. Con le ipotesi fatte, il circuito è lineare, per cui vale la sovrapposizione degli effetti ed in generale dunque ogni fase risente solo del flusso autoconcatenato.

Trascurando la mutua induttanza, ed alimentando le due fasi con uguale corrente i , l'energia magnetica si esprime come:

$$W_m = \frac{1}{2}L_a(\vartheta)i^2 + \frac{1}{2}L_b(\vartheta)i^2 \tag{I.6.3.2.3}$$

e la coppia vale¹

$$\tau = \frac{\partial W_m}{\partial \vartheta} = -2L_2i^2(\sin(4\vartheta) + \sin(4\vartheta - 2\pi/3)) = -2L_2i^2 \sin(4\vartheta - \pi/3) \tag{I.6.3.2.4}$$

L'andamento delle due induttanze, dell'energia magnetica e della coppia prodotta nel caso dell'alimentazione delle due fasi S₁ ed S₂ è riportato in Fig.I.6.3.2.c, assumendo una corrente unitaria i=1A, L₀=1mH, L₂=0.5mH.

Si può notare come il punto di equilibrio stabile si trovi per $\vartheta=15^\circ$, a cui corrisponde il massimo dell'energia magnetica immagazzinata dal sistema a spese dell'alimentazione delle fasi.

Il risultato è in accordo con la prima situazione riportata in Fig.I.6.3.2.a; con ragionamenti del tutto analoghi si possono trovare gli altri punti di equilibrio.

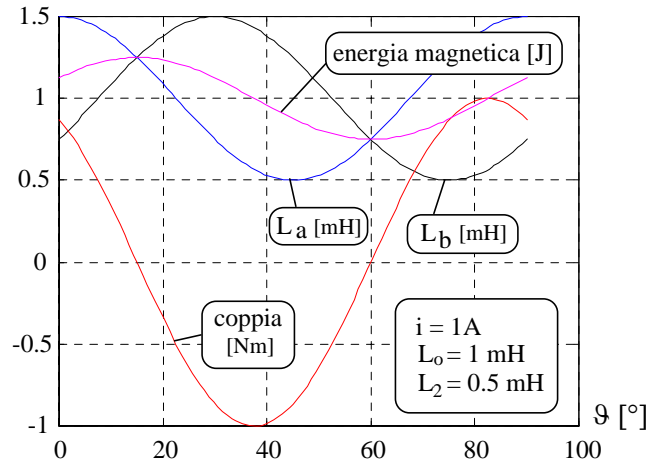


Fig.I.6.3.2.c - Induttanze, energia e coppia in un motore VR con eccitazione a doppia fase

Confrontando la (I.6.3.1.2) e la (I.6.3.2.4) si nota che l'alimentazione a singola e a doppia fase producono la stessa coppia massima. Una notevole differenza tra i due metodi di alimentazione è riscontrabile nella risposta al transitorio, ovvero quando viene comandata ad esempio la fase (o la coppia di fasi) successiva, seguendo le Tab. I.6.3.1.a e I.6.3.2.a. Nell'eccitazione a doppia fase si trova che le oscillazioni di assestamento sono molto più smorzate che nell'altro caso. Questo fenomeno può essere qualitativamente spiegato con l'ausilio di Fig. I.6.3.2.a e della Fig. I.6.3.2.d.

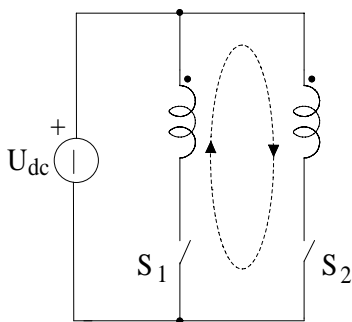


Fig.I.6.3.2.d - Oscillazioni nei VR con eccitazione a doppia fase

Nel modo in esame, due fasi sono sempre eccitate e connesse alla stessa sorgente di alimentazione. Si forma pertanto un anello chiuso, nel quale si induce una fem per effetto delle variazioni di induttanza che seguono l'oscillazione del rotore. Tale fem provoca una corrente di circolazione che tende ad opporsi alla causa che la genera, smorzando dunque l'oscillazione meccanica. Nel caso di alimentazione della singola fase, non si forma alcun circuito chiuso, e le oscillazioni del rotore vengono smorzate solo dall'attrito meccanico del rotore.

¹ $\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \cos[(\alpha - \beta)/2] \sin[(\alpha + \beta)/2]$

I.6.4 - Curve caratteristiche dei motori a passo.

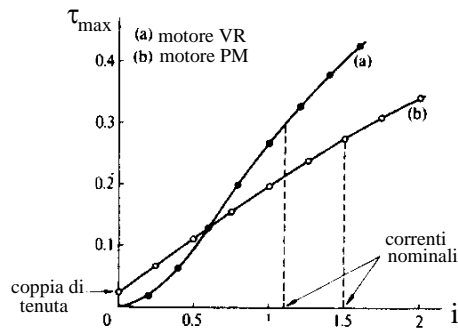


Fig.I.6.4.a - Curve statiche, coppia massima in funzione della corrente di alimentazione.

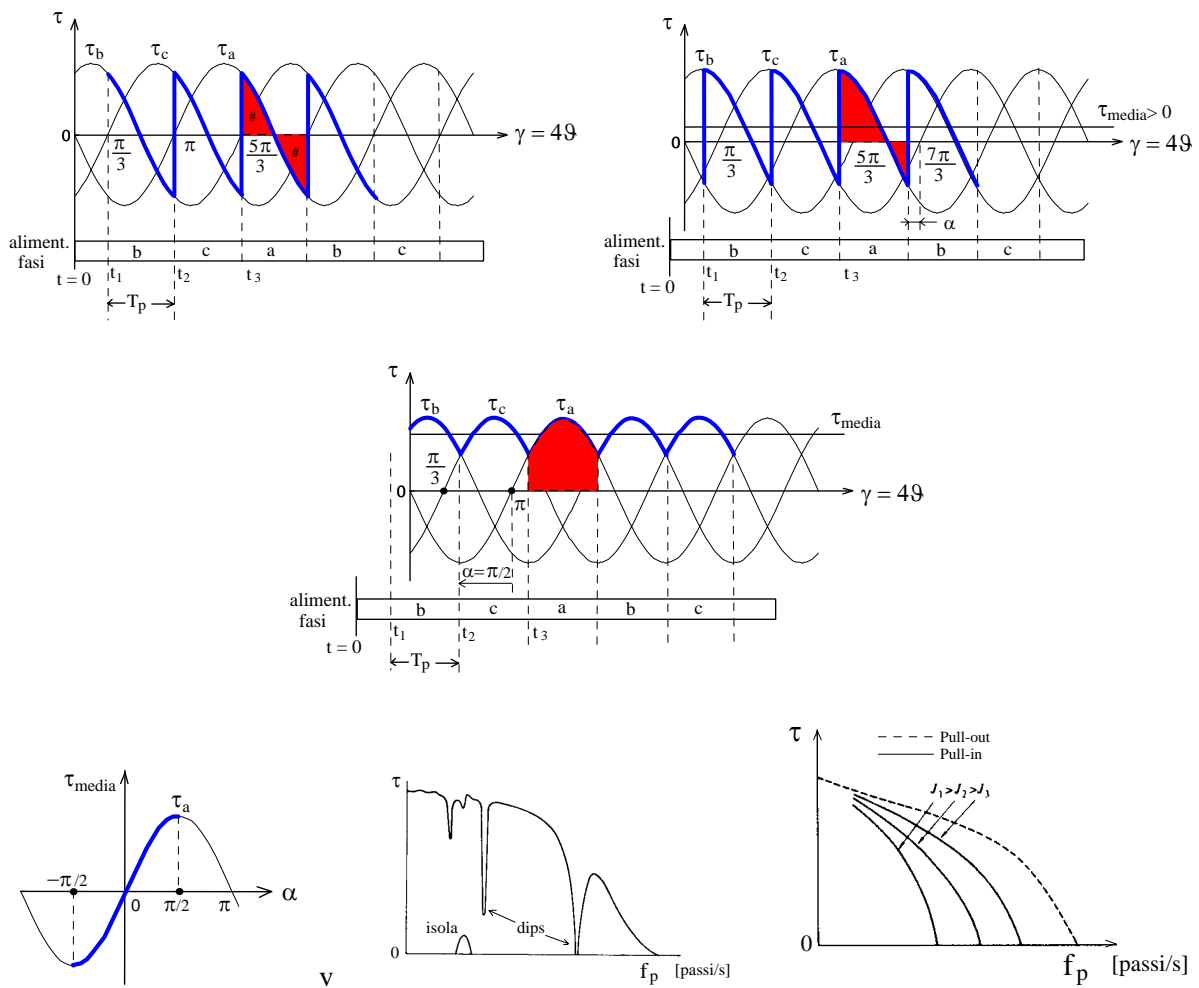


Fig.I.6.4.b - Curve dinamiche di pull-out e di pull-in.

I.6.5 - Dimensionamento di un azionamento per motore a passo.

Un motore a passo sia applicato ad un sistema di movimentazione vite-madrevite come descritto in Fig.18.10.1.1. Si determini la coppia che deve essere prodotta dal motore affinché il carico raggiunga la velocità $v=0.1$ m/s in $T_a=4$ s, accelerando la massa $M_c=100$ kg che si sposta in senso orizzontale. I

dati relativi al sistema vite-madrevite sono i seguenti:

passo della vite	$p = 20 \text{ mm}$
raggio della vite	$r = 50 \text{ mm}$
rendimento della trasmissione	$\mu = 0.7$
massa della vite	$m_v = 2 \text{ Kg}$

Il motore a passo ha una risoluzione di $N_p=200$ passi/giro ed una inerzia rotorica $J_m=10^{-3} \text{ kgm}^2$. Nel moto traslatorio, il carico presenta una forza $F_a = 9 \text{ N}$ d'attrito per strisciamento sull'utensile. Si determini anche la massima frequenza degli impulsi di comando che devono essere forniti al motore a passo.

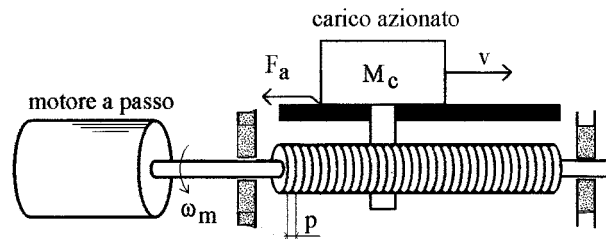


Fig.18.10.1.1 - Sistema vite-madrevite a ricircolazione di sfere

Per prima cosa si procede al calcolo delle coppie di origine inerziale. Vi sono tre componenti, ovvero il rotore del motore a passo, il sistema vite-madrevite, il carico. Supponendo trascurabile il momento di inerzia della madrevite, il momento di inerzia del sistema di trasmissione roto-traslatorio vale:

$$J_v = \frac{1}{2} m_v r^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (0.05)^2 = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2 \quad (18.10.1.1)$$

Dato che il carico è collegato rigidamente alla madrevite, nella quale ruota la vite senza fine, l'intera massa del carico si può pensare concentrata in un punto sulla circonferenza della vite. Il suo momento di inerzia è dunque:

$$J_c = M_c r_{eq}^2 = M_c \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 = 100 \left(\frac{20 \cdot 10^{-3}}{2\pi} \right)^2 = 1.01 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2 \quad (18.10.1.2)$$

Il momento di inerzia dell'intero sistema, riportato all'albero motore è dunque

$$J_{tot} = J_m + J_v + J_c = (1 + 2.5 + 1.01) \cdot 10^{-3} = 4.51 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2 \quad (18.10.1.3)$$

La vite ha un avanzamento di 20 mm ad ogni giro completo del rotore, ovvero ogni 200 passi del motore. Alla velocità di avanzamento richiesta di 0.1 m/s, il motore deve ruotare allora con una velocità²

$$\omega_m = \frac{v}{r_{eq}} = \frac{2\pi v}{p} = \frac{2\pi \cdot 0.1}{0.02} = 31.4 \text{ rad/s} \quad (18.10.1.4)$$

² Si noti che v/p è il numero di giri di vite al secondo, che moltiplicato per il numero N_p di passi/giro fornisce il numero di passi al secondo; $2\pi/N_p$ è poi il numero di radianti per passo del motore.

L'accelerazione angolare richiesta al motore è

$$\alpha_m = \frac{\omega_m}{T_a} = \frac{31.4}{4} = 7.85 \text{ rad} / \text{s}^2 \quad (18.10.1.5)$$

pertanto la componente inerziale della coppia di carico vale

$$T_J = J_{tot} \alpha_m = 4.51 \cdot 10^{-3} * 7.85 = 3.54 \text{ Ncm} \quad (18.10.1.6)$$

La potenza meccanica resa per compensare l'attrito sull'utensile è

$$P_{resa} = F_a v = 9 * 0.1 = 0.9 \text{ W} \quad (18.10.1.7)$$

La potenza meccanica fornita, tenendo conto dell'efficienza della trasmissione del moto, deve valere

$$P_{mecc} = \frac{P_{resa}}{\eta} = \frac{0.9}{0.7} = 1.28 \text{ W} \quad (18.10.1.8)$$

alla quale corrisponde una coppia d'attrito pari a

$$T_{attr} = \frac{P_{mecc}}{\omega_m} = \frac{1.28}{31.4} = 4.1 \text{ Ncm} \quad (18.10.1.9)$$

Pertanto la coppia risultante richiesta al motore è pari a

$$T_m = T_J + T_{attr} = 3.54 + 4.1 = 7.64 \text{ Ncm} \quad (18.10.1.11)$$

E' importante verificare, utilizzando la curva di pull-out del motore, che esso sia in grado di fornire tale coppia nel momento più sfavorevole, ovvero quando la velocità è prossima a

$$\frac{v}{p} N_p = \frac{0.1}{20 \cdot 10^{-3}} 200 = 1000 \text{ passi} / \text{s} \quad (18.10.1.12)$$

poco prima cioè che termini la rampa di accelerazione e si annulli la coppia di carico di tipo inerziale. Una riserva di coppia sarà naturalmente da considerare per vincere la coppia di attrito statico.

Progetto delle rampe di accelerazione

Com'è noto, una delle limitazioni del controllo a catena aperta è la possibilità di perdita del sincronismo tra il treno d'impulsi che comandano in successione l'alimentazione delle fasi del motore e l'avanzamento a passi del motore stesso. Tale perdita del sincronismo può avvenire a seguito di brusche accelerazioni o decelerazioni. Per evitare questo problema occorre predisporre accurati profili di variazione della velocità, tenendo conto del carico e delle curve dinamiche caratteristiche del motore.

Per una definizione appropriata del profilo di frequenza che deve essere seguito, occorre fare riferimento all'equazione d'equilibrio meccanico, data da:

$$\tau = B\omega + J \frac{d\omega_m}{dt} + \tau_L \quad (18.10.1.13)$$

dove B e J sono rispettivamente il coefficiente di attrito viscoso e l'inerzia totale del sistema.

La Fig.18.10.1.2 serve come riferimento per comprendere la temporizzazione della commutazione delle fasi, durante le variazioni di velocità.

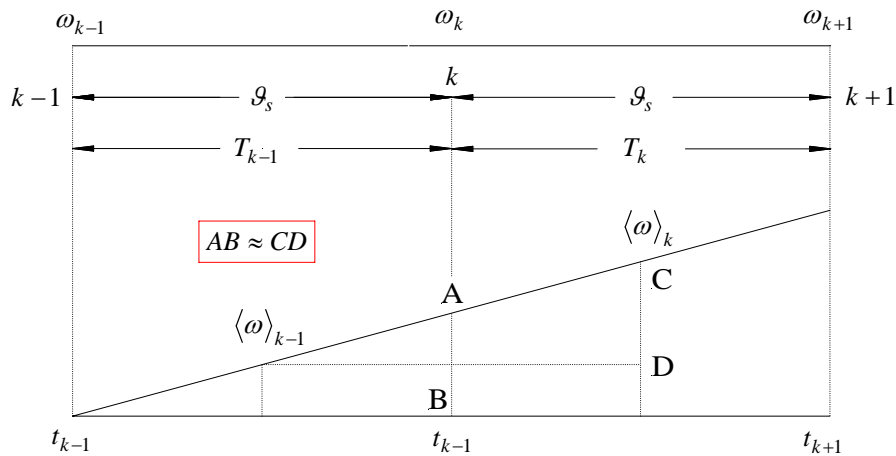


Fig.18.10.1.2 - Temporizzazione dei comandi di commutazione.

Trascurando l'attrito di tipo viscoso ($B \approx 0$), la (18.10.1.13) può essere riscritta ai valori medi. Al passo $k-1$ essa diventa:

$$\begin{aligned}
 \langle \tau \rangle_{k-1} &= J \left\langle \frac{d\omega_m}{dt} \right\rangle_{k-1} + \langle \tau_L \rangle_{k-1} = \\
 &= J \frac{\omega_k - \omega_{k-1}}{T_{k-1}} + \langle \tau_L \rangle_{k-1} = \\
 &\approx J \frac{\langle \omega \rangle_k - \langle \omega \rangle_{k-1}}{T_{k-1}} + \langle \tau_L \rangle_{k-1}
 \end{aligned} \tag{18.10.1.13}$$

dove l'ultimo passaggio sfrutta l'approssimazione di considerare trascurabile la differenza tra il rapporto incrementale delle velocità medie su due periodi successivi e quello delle velocità istantanee agli estremi del primo periodo considerato. Tale approssimazione diventa molto precisa nel caso di accelerazione costante (velocità che cresce linearmente) e piccole variazioni tra un periodo di commutazione ed il successivo.

In base alla Fig.18.10.1.2, la velocità media si può calcolare come segue:

$$\langle \omega \rangle_{k-1} = \frac{1}{T_{k-1}} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \omega(t) dt = \frac{1}{T_{k-1}} [\mathcal{G}(t_k) - \mathcal{G}(t_{k-1})] = \frac{\mathcal{G}_s}{T_{k-1}} \tag{18.10.1.14}$$

dove \mathcal{G}_s rappresenta l'angolo di passo. Sostituendo la (18.10.1.14) nell'ultima delle (18.10.1.13) si ottiene:

$$\langle T \rangle_{k-1} = J \mathcal{G}_s \frac{1}{T_{k-1}} + \langle \tau_L \rangle_{k-1} \tag{18.10.1.15}$$

dalla quale si giunge, con qualche semplice passaggio, all'espressione ricorsiva per l'aggiornamento del periodo di commutazione.

$$\frac{1}{T_k} - \frac{1}{T_{k-1}} = \frac{\langle T \rangle_{k-1} - \langle \tau_L \rangle_{k-1}}{J \mathcal{G}_s} T_{k-1} = a T_{k-1} \quad a = \frac{\langle T \rangle_{k-1} - \langle \tau_L \rangle_{k-1}}{J \mathcal{G}_s} = \frac{\alpha_s}{\mathcal{G}_s} > 0 \quad (18.10.1.16)$$

dove α_s è l'accelerazione angolare desiderata. Proseguendo si ottiene:

$$\frac{1}{T_k} = a T_{k-1} + \frac{1}{T_{k-1}} \quad (18.10.1.17)$$

$$T_k = \frac{1}{a T_{k-1} + \frac{1}{T_{k-1}}} = T_{k-1} \frac{1}{1 + a T_{k-1}^2} \quad (18.10.1.18)$$

Se $a T_{k-1}^2 \ll 1$ la (18.10.1.18) può essere approssimata dai primi termini della serie di Mc Laurin³:

$$T_k = T_{k-1} (1 - a T_{k-1}^2) \quad NB: a > 0 \rightarrow T_k < T_{k-1} \quad (18.10.1.19)$$

La (18.10.1.19) permette di calcolare ricorsivamente l'istante di commutazione successivo delle singole fasi del motore a passo, noti i parametri del carico e l'accelerazione che si vuole imporre.

Per inizializzare l'algoritmo occorre fissare la frequenza di passo iniziale, intesa come il reciproco del primo periodo di commutazione:

$$T_1 = \frac{1}{f_{s,i}} \quad (18.10.1.20)$$

Essa può essere ricavata dalle curve di pull-in del motore selezionato, oppure (se il motore non è ancora stato individuato) si può scegliere arbitrariamente, salvo poi verificare a posteriori la correttezza della scelta.

La (18.10.1.19) è calcolata dal passo $k=2$ fino al passo $k=M$, nel quale una delle due seguenti condizioni si verifica:

$$\begin{aligned} (a) \quad T_M &\leq \frac{1}{f_{pullout}} \\ (b) \quad M &\geq \frac{N}{2} \end{aligned} \quad (18.10.1.21)$$

dove $f_{pullout}$ è la massima frequenza di passo consentita ed N rappresenta il numero totale di passi per arrivare a bersaglio, se si tratta di un problema di posizionamento. Il numero N è calcolato in base all'eventuale specifica sul riferimento di posizione J^* :

$$N = \frac{\mathcal{G}^*}{\alpha_p} \quad (18.10.1.22)$$

³ $\frac{1}{1+x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n \approx 1 + \frac{-1}{(1+x)^2} \Big|_{x=0} \quad x=1-x.$

La seconda posizione garantisce un numero di passi rimanenti sufficienti a fermare il motore con una decelerazione pari in valore assoluto all'accelerazione impressa, con carico prevalentemente inerziale. Se è anche una coppia di carico indipendente dalla velocità, la condizione (b) è solitamente eccessiva, perché tale coppia aiuta la decelerazione e permette dunque frenate in tempi più brevi. In decelerazione la (18.10.1.16) diventa

$$\frac{1}{T_k} - \frac{1}{T_{k-1}} = \frac{\langle T \rangle_{k-1} - \langle \tau_L \rangle_{k-1}}{J \mathcal{G}_s} T_{k-1} = d T_{k-1} \quad d = \frac{\langle T \rangle_{k-1} - \langle \tau_L \rangle_{k-1}}{J \mathcal{G}_s} = \frac{\beta_s}{\mathcal{G}_s} < 0 \text{ perché } \langle T \rangle < 0 \quad (18.10.1.23)$$

e dunque la (18.10.1.19) diventa:

$$T_k = T_{k-1} (1 - d T_{k-1}^2) \quad NB: d < 0 \rightarrow T_k > T_{k-1} \quad (18.10.1.24)$$

In caso di posizionamento, il motore si fermerà quando $k=N$, in altre parole il numero totale di passi sarà quello stabilito inizialmente per giungere a bersaglio. E' da notare che, se viene raggiunta per prima la condizione (a) nelle (18.10.1.21), vi potrà essere un tratto a velocità costante prima dell'inizio della rampa di decelerazione.

Va inoltre rilevato che l'algoritmo di controllo dovrà essere in grado di calcolare on-line con sufficiente precisione la (18.10.1.19) e (18.10.1.23).

Nel progetto in esame la costante a , legata come si è visto all'accelerazione angolare che si vuole imporre al motore, vale

$$a = \frac{T_m - T_{attr}}{J \mathcal{G}_s} = \frac{T_J}{J \mathcal{G}_s} = \frac{\alpha_m}{\mathcal{G}_s} = \frac{7.85}{2\pi} 200 = 249.87 \text{ 1/s}^2 \quad (18.10.1.13)$$

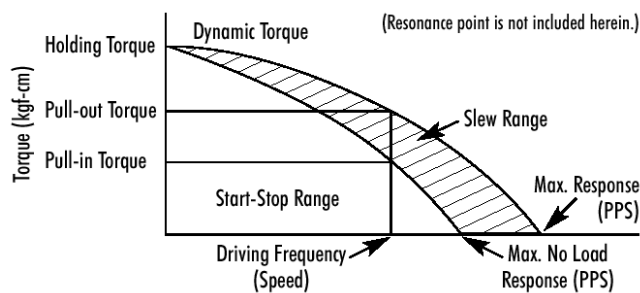


Fig.18.10.1.3 - Curve di pull-in e di pull-out (esempio).

Studiando la caratteristica di pull-in del motore si può pensare di partire con una frequenza iniziale di 20 passi/s, alla quale corrisponde

$$T_1 = \frac{1}{f_{s,in}} = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ s} \quad (18.10.1.14)$$

Il numero totale di passi è legato all'avanzamento lineare che è imposto al pezzo in lavorazione. Se si fissa un avanzamento $\Delta x = 48 \text{ mm}$ ad esso corrisponde un numero di passi

$$N = \frac{\Delta x}{p} N_p = \frac{48 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-3}} 200 = 480 \text{ passi} \quad (18.10.1.15)$$

Dalla curva di pull-out, si pensi poi di ricavare il dato relativo alla massima frequenza di passo $f_{s,M}$ alla coppia di 7.64 Ncm , dalla quale si ricava immediatamente l'estremo inferiore del periodo di passo:

$$T_k \geq \frac{1}{f_{s,M}} = \frac{1}{400} = 2.5 \text{ ms} \quad (18.10.1.16)$$

Il semplice programma in Matlab® di cui si riporta il listato permette il calcolo ricorsivo della seconda delle (18.10.1.12), tenendo conto delle limitazioni introdotte dalle (18.10.1.15) e (18.10.1.16).

18.10.2 - Calcolo della coppia e dell'inerzia aggiuntiva (da cataloghi USA).

Un motore a passo da 1.8° sia accelerato da $f_{s1}=100 \text{ pps}$ (pulses per second) a $f_{s2}=1000 \text{ pps}$ in $T_a=50 \text{ ms}$. Il momento di inerzia del motore sia di $100 \text{ g}\cdot\text{cm}^2$, e l'albero abbia un diametro $D_2=10 \text{ mm}$. Si calcoli la coppia che il motore deve erogare per garantire l'accelerazione. Nei cataloghi del motore si trova che la massima coppia di pullout nell'intervallo di velocità considerato è di $6.35 \text{ kgf}\cdot\text{cm}$. Si desidera aggiungere una puleggia cava in ferro ($\rho=7860 \text{ kg/m}^3$), avente diametro esterno $D_1=50 \text{ mm}$, del tipo riportato in Fig.18.10.2.1.

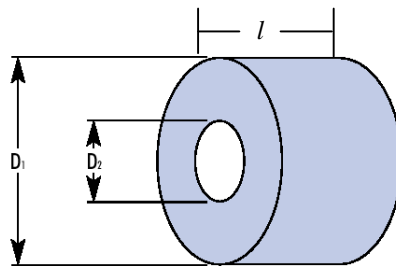


Fig.18.10.2.1 - Puleggia cava

Determinare la massima lunghezza l della puleggia (Fig.18.10.2.1) che consente accelerazioni come quella effettuata a vuoto senza perdita di passo.

1 - Calcolo della coppia a vuoto.

Le velocità sono espresse in pps ed occorre riportarle in rad/s :

$$\omega_1 [rad/s] = f_{s1} [passi/s] \cdot \vartheta_s [rad/passi] = 100 \cdot 1.8 \frac{\pi}{180} = \pi [rad/s] \quad (18.10.2.1)$$

Allo stesso modo si trova $\omega_2=10\pi [rad/s]$. Anche il momento di inerzia va riportato nelle unità del Sistema Internazionale (SI):

$$J_m [kg \cdot m^2] = J_m [g \cdot cm^2] \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4} = J_m [g \cdot cm] \cdot 10^{-7} = 100 \cdot 10^{-7} = 10^{-5} [kg \cdot m^2] \quad (18.10.2.2)$$

La coppia deve vincere la sola inerzia del motore. Si può scrivere pertanto:

$$\tau = J_m \frac{d\omega}{dt} = J_m \frac{\omega_f - \omega_i}{T_a} = 10^{-5} \frac{10\pi - \pi}{0.05} = 0.0056 \text{ Nm} \quad (18.10.2.3)$$

1 - Calcolo delle massime dimensioni della puleggia cava.

La massima inerzia totale ammissibile con la data coppia di pull-out vale:

$$J_{tot} = \tau_{pullout} \frac{T_a}{\omega_f - \omega_i} = \left[6.35 \right]_{kgf \cdot cm} \frac{9.8}{100} \frac{0.05}{10\pi - \pi} = 0.0011 \text{ kgm}^2 \quad (18.10.2.4)$$

e quella destinabile alla puleggia è pertanto $J_p = J_{tot} - J_m = 0.00109 \text{ kgm}^2$.

Calcolo del momento d'inerzia

In generale, il calcolo del momento di inerzia per un solido C è dato dall'espressione:

$$J = \int_C r^2 dm = \int_C r^2 \rho(x, y, z) dV \quad (18.10.2.5)$$

dove r indica la distanza dall'asse dell'elemento infinitesimo di massa dm e volume $dV = dx dy dz$, mentre $\rho(x, y, z)$ è la densità del punto di coordinate (x, y, z) . L'integrale è esteso a tutta la regione di spazio occupata dal corpo C . Se, come in questo caso, il corpo C è continuo, la sua densità è costante e la (18.10.2.5) diviene:

$$J = \rho \int_C r^2 dV \quad (18.10.2.6)$$

e la quantità integrale è un fattore geometrico uguale per tutti i corpi omogenei aventi la stessa forma e le stesse dimensioni di quello considerato. Nel caso in esame, una puleggia cava è assimilabile ad un cilindro omogeneo circolare retto, di cui si cerca il momento d'inerzia rispetto al suo asse. La definizione del corpo C è allora la seguente:

$$C = \left\{ (x, y, z) : \left(\frac{D_1}{2} \right)^2 \leq x^2 + y^2 \leq \left(\frac{D_2}{2} \right)^2, -\frac{l}{2} \leq z \leq \frac{l}{2} \right\} \quad (18.10.2.7)$$

L'espressione (18.10.2.6) così si particolarizza:

$$J = \rho \int_C (x^2 + y^2) dx dy dz \quad (18.10.2.8)$$

Sia nella integranda che nella definizione dell'insieme appare l'espressione $x^2 + y^2$; pertanto conviene passare alle coordinate cilindriche $x = r \cos \phi$, $y = r \sin \phi$, $z = z$. In generale, il passaggio dall'insieme chiuso $I(x, y, z)$ all'insieme $I'(u, v, w)$ avviene secondo la regola

$$\int_I g dx dy dz = \int_{I'} (g \circ f) \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} \right| du dv dw \quad (18.10.2.9)$$

dove f è l'insieme di funzioni che mappa x, y, z in u, v, w . Va dunque calcolato il determinante jacobiano delle funzioni che legano le coordinate ortogonali a quelle cilindriche:

$$\left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} \right| = \begin{vmatrix} \frac{\partial(r \cos \phi)}{\partial r} & \frac{\partial(r \sin \phi)}{\partial r} & \frac{\partial(z)}{\partial z} \\ \frac{\partial(r \cos \phi)}{\partial \phi} & \frac{\partial(r \sin \phi)}{\partial \phi} & \frac{\partial(z)}{\partial z} \\ \frac{\partial(r \cos \phi)}{\partial z} & \frac{\partial(r \sin \phi)}{\partial z} & \frac{\partial(z)}{\partial z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -r \sin \phi & r \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r(\cos \phi)^2 + r(\sin \phi)^2 = r \quad (18.10.2.10)$$

La definizione della puleggia cava, in coordinate cilindriche, diventa allora:

$$C' = \left\{ (r, \phi, z) : \left(\frac{D_1}{2} \right)^2 \leq r^2 \leq \left(\frac{D_2}{2} \right)^2, 0 \leq \phi \leq 2\pi, -\frac{l}{2} \leq z \leq \frac{l}{2} \right\} \quad (18.10.2.11)$$

L'espressione (18.10.2.8), riferita alla puleggia cava, in coordinate cilindriche, diventa allora:

$$J_p = \rho \int_C r^2 r \, dr \, d\phi \, dz = \rho \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_0^{2\pi} \int_{\frac{D_1}{2}}^{\frac{D_2}{2}} r^2 r \, dr \, d\phi \, dz = \rho l 2\pi \frac{r^4}{4} \Big|_{\frac{D_1}{2}}^{\frac{D_2}{2}} = 2\pi \rho l \frac{(D_1^4 - D_2^4)}{4 \cdot 16} \quad (18.10.2.12)$$

Se si considera che la massa della puleggia cava può essere ricavata dalla massa del cilindro pieno, alla quale si sottrae quella del cilindro interno, si può scrivere:

$$M_p = \rho l \pi (r_2^2 - r_1^2) = \rho l \pi \left(\frac{D_1^2}{4} - \frac{D_2^2}{4} \right) \quad (18.10.2.13)$$

Sostituendo la (18.10.2.13) nella (18.10.2.12) si trova:

$$J_p = \frac{M_p}{M_p} 2\pi \rho l \frac{(D_1^4 - D_2^4)}{4 \cdot 16} = \frac{1}{8} M_p (D_1^2 + D_2^2) \quad (18.10.2.14)$$

che è particolarmente utile per valutare il momento di inerzia della puleggia cava note le sue dimensioni ed il peso. Utilizzando invece la (18.10.2.12) è possibile determinare la massima lunghezza l della puleggia, nota la massima inerzia che può essere aggiunta al motore:

$$l = \frac{32J_p}{\pi\rho(D_1^4 - D_2^4)} = 0.026m \quad (18.10.2.15)$$

I.7 – Azionamenti con motore sincrono a magneti permanenti.

Gli attuatori (motori) sincroni a magnete permanente, o brushless sinusoidali, sono impiegati sempre più diffusamente in ambito industriale, specialmente nei servoazionamenti di piccola e media potenza. Essi sono essenzialmente destinati ad azionamenti ad elevate prestazioni, in cui le particolari specifiche giustificano il loro costo che è solitamente elevato per la presenza di magneti permanenti di pregio nell'elemento mobile (rotore).

La conversione elettromeccanica che essi attuano segue il principio di funzionamento dei sistemi elettrodinamici in cui però i conduttori su cui agiscono le forze sono collocati nella parte fissa (statore) ed il rotore viene posto in movimento per il principio fisico di reazione.

Una rappresentazione schematica della struttura di un motore sincrono a magneti permanenti a due poli è mostrata in Fig.I.7.a.

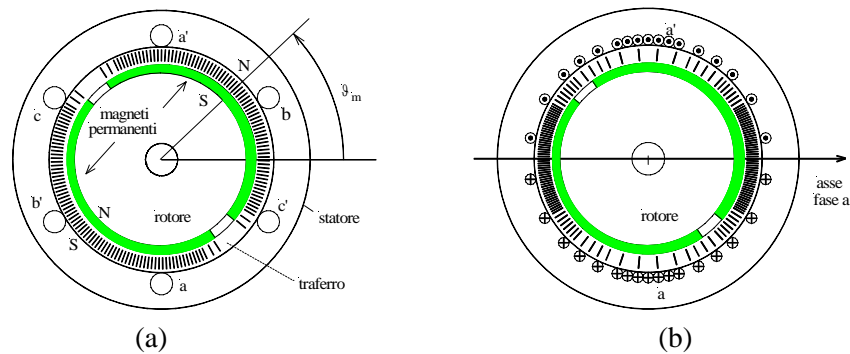


Fig.I.7.a - Rappresentazione schematica di un attuatore sincrono a magneti permanenti a due poli
 (a) - Induzione al traferro prodotta dal magnete permanente di rotore (quasi quadra)
 (b) - Induzione al traferro prodotta dall'avvolgimento statorico della fase a (sinusoidale)

Lo statore ed il rotore sono entrambi a forma di corona cilindrica di materiale ferromagnetico laminato e separati da un traferro in aria.

Sul rotore trovano posto i magneti permanenti; dato che essi presentano generalmente una permeabilità magnetica differenziale molto simile a quella dell'aria, a seconda della loro disposizione e della forma del rotore si possono ottenere strutture di rotore isotrope o anisotrope dal punto di vista magnetico, che caratterizzano rispettivamente i motori brushless SPM (surface permanent magnet) e IPM (interior permanent magnet).

L'avvolgimento di statore è di tipo trifase; le tre fasi sono reciprocamente sfasate nello spazio di $2\pi/3$, e ciascuna fa capo ad una coppia di morsetti indicati con aa' , bb' , cc' in Fig.I.7.a (a), attraverso i quali è possibile fornire loro alimentazione da una sorgente trifase esterna. I conduttori che compongono ciascuna fase (Fig.I.7.a (b)) sono distribuiti lungo le cave statoriche ricavate secondo la direzione delle generatrici del cilindro di statore, omesse per chiarezza nel disegno. La stessa figura riporta, in (a), una rappresentazione schematica in cui ciascuna fase è simbolicamente rappresentata con una sola coppia di conduttori; si intende che l'asse di ogni fase sia la retta normale al piano che passa per ciascuna coppia di conduttori (Fig. Fig.I.7.a (b)).

In regime sinusoidale, l'equazione fasoriale di tensione (ad esempio per la fase a) è la seguente:

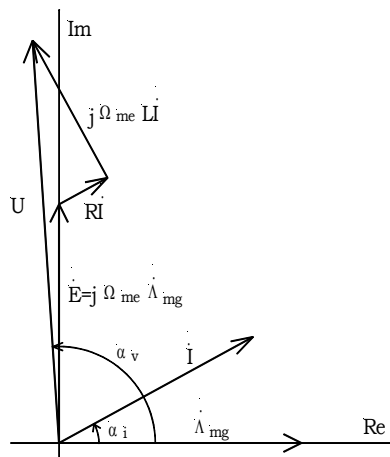


Fig.I.7.b - Diagramma fasoriale per il PMSM.

$$Ue^{j\alpha_v} = RIe^{j\alpha_i} + j\Omega_{me}LIe^{j\alpha_i} + j\Omega_{me}\Lambda_{mg}e^{j0} \quad (I.7.1)$$

nella quale si è supposto per praticità di porre il fasore del flusso concatenato del magnete permanente sull'asse reale. L'ultimo addendo a secondo membro è la forza controelettromotrice E . La (I.7.1) dà luogo alla rappresentazione fasoriale di Fig.I.7.b. La coppia vale

$$T = K_\tau \Lambda_{mg} I \sin(\alpha_i) \quad (I.7.2)$$

dove K_τ è una costante che dipende dal numero di poli del motore, Λ_{mg} è il massimo flusso concatenato dalla fase a e prodotto dal magnete permanente e I è l'ampiezza della corrente di fase di statore. La coppia è massima a parità di modulo della corrente quando $\alpha_i = \pi/2$, ovvero quando il fasore della corrente si sovrappone a quello della forza controelettromotrice E .

Risulta evidente che il corretto funzionamento del motore brushless è legato alla conoscenza esatta della posizione del flusso del magnete permanente, ovvero del rotore. Questo perché viene generata coppia solo se i fasori della corrente di statore mantengono una costante relazione di fase con il flusso di rotore, secondo il principio di funzionamento dei sistemi elettrodinamici.

Il motore sincrono a magneti permanenti necessita dunque di un sensore di posizione assoluto (resolver o encoder assoluto). In alternativa, sono allo studio molte tecniche di stima della posizione (tecniche sensorless).

Esse si basano su algoritmi matematici molto complessi, e solo di recente le grosse capacità di calcolo dei processori le ha rese implementabili in modo efficace ed abbastanza economico negli azionamenti elettrici.

Principio di funzionamento in orientamento di campo. - Se indichiamo con ϑ_{me} la posizione assoluta del flusso del magnete permanente rispetto allo statore, il riferimento di corrente per la fase a che realizza il massimo rapporto coppia/corrente è dato dall'espressione seguente:

$$I_a^* = I^* \cos(\vartheta_{me} + \pi/2) = -I^* \sin(\vartheta_{me}) \quad (I.7.3)$$

e naturalmente per le fasi b e c si possono scrivere espressioni analoghe, sfasate di $2\pi/3$ e $4\pi/3$ rispettivamente.

$$I_b^* = -I^* \sin(\vartheta_{me} - 2\pi/3) \quad (I.7.4)$$

$$I_c^* = -I^* \sin(\vartheta_{me} - 4\pi/3) \quad (I.7.5)$$

Questa particolare modalità di funzionamento prende il nome di tecnica di controllo in orientamento di campo. Lo schema a blocchi a cui si può far riferimento è il seguente:

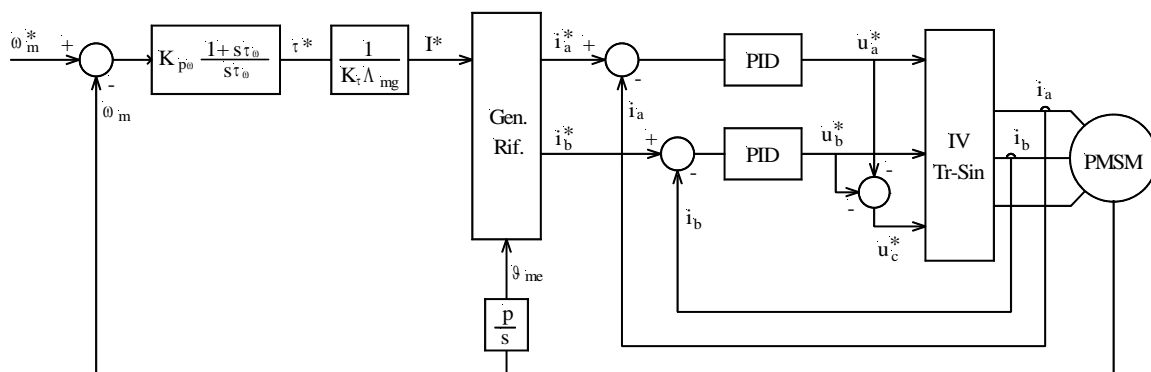


Fig.I.7.c - Schema a blocchi di un controllo di velocità per attuatore sincrono, in orientamento di campo.

Il blocco generatore di riferimento (Gen. Rif.) utilizza le equazioni (I.7.a-c). In esso compaiono elementi non lineari, quali i moltiplicatori per le funzioni trascendenti sinusoidali. I blocchi che rappresentano funzioni lineari sono stati invece espressi tramite la loro funzione di trasferimento ingresso-uscita, secondo la trasformata di Laplace.

Gli azionamenti con PMSM hanno caratteristiche dinamiche di solito eccellenti, e vengono impiegati estesamente in robotica, nelle macchine utensili, nella movimentazione assi.

I.7.1 - Esempio di dimensionamento di un azionamento brushless sinusoidale.

Si analizza il caso di un attuatore brushless accoppiato ad una slitta con una trasmissione a vite con ricircolo di sfere e cuscinetti assiali a rulli. La Fig.I.7.1.a illustra il setup sperimentale.

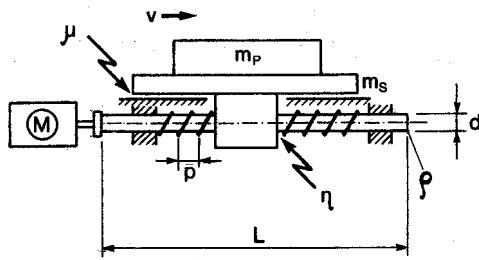


Fig.I.7.1.a

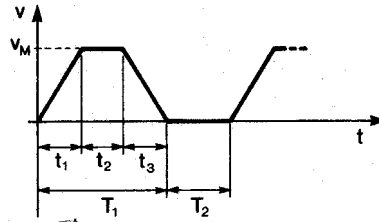


Fig.I.7.1.b

I dati del sistema sono i seguenti:

Massa della slitta m_s	10 Kg
Massa del pezzo m_p	40 Kg
Passo della vite p	5 mm
Lunghezza della vite L	0.5 m
Diametro della vite d	25 mm
Densità dell'acciaio ρ	$7.75 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$
Rendimento della trasmissione η	60 %
Coefficiente di attrito acciaio-acciaio μ	$\mu=0.15$

Il pezzo deve compiere un ciclo di lavoro ripetitivo caratterizzato dal profilo cinematico di Fig.I.7.1.b. Con riferimento ai simboli utilizzati, i dati sono i seguenti:

Tempo di accelerazione t_1	0.167 s
Tempo di velocità costante t_2	0.167 s
Tempo di decelerazione t_3	0.167 s
Durata della lavorazione T_1	0.5 s
Durata della pausa T_2	0.25 s
Avanzamento del pezzo S	0.15 m

Calcolo dei momenti di inerzia. Per il dimensionamento del servomotore è essenziale il calcolo delle coppie di carico; il primo passo è dunque la determinazione dei momenti di inerzia delle parti coinvolte, riportati all'albero motore.

Massa della vite: $m_v = \rho \cdot \pi r^2 L = 7.75 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (12.5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0.5 = 1,9 \text{ Kg}$

Momento d'inerzia della vite: $J_v = \frac{1}{2} m_v r^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,9 \cdot (12,5 \cdot 10^{-3})^2 = 148,5 \cdot 10^{-6} \text{ Kgm}^2$

Data la rigidità della trasmissione (anelastica), si può riportare all'albero motore l'intera massa del carico m_p e della slitta m_s , con le formule già viste in precedenza:

$$J_p = m_p \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 = 40 \left(\frac{0.005}{2\pi} \right)^2 = 25.33 \cdot 10^{-6} \text{ Kgm}^2$$

$$J_s = m_s \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 = 10 \left(\frac{0.005}{2\pi} \right)^2 = 6.33 \cdot 10^{-6} \text{ Kgm}^2$$

e dunque

$$J_{eq} = J_p + J_s + J_v = (148.5 + 25.33 + 6.33) \cdot 10^{-6} = 180 \cdot 10^{-6} \text{ Kgm}^2$$

Calcolo della velocità massima. Si analizza adesso in dettaglio il profilo di velocità richiesto dalla particolare applicazione, riportato in Fig.2. La velocità massima del carico (v_M) si ricava considerando che i tempi di esecuzione del profilo di velocità sono imposti, come pure l'avanzamento totale del pezzo nel ciclo. Si può scrivere:

$$S_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \frac{v_M}{t_1} t_1^2 = \frac{1}{2} v_M t_1$$

$$S_2 = v_M t_2$$

$$S_3 = \frac{1}{2} d t_3^2 = \frac{1}{2} \frac{v_M}{t_3} t_3^2 = \frac{1}{2} v_M t_3$$

dove a e d sono rispettivamente l'accelerazione e decelerazione del pezzo. Dall'uguaglianza

$$S_t = S_1 + S_2 + S_3 = v_M \left(\frac{t_1}{2} + t_2 + \frac{t_3}{2} \right)$$

si trova $v_M = 0.45$ m/s. Si può ora calcolare la massima velocità (angolare) del motore. Se v_M è la massima velocità lineare, v_M/p sarà il numero di giri/s e quindi

$$\Omega_M = \frac{v_M}{p} 2\pi = \frac{0.45}{0.005} 2\pi = 565.5 \text{ rad/s}$$

Calcolo della coppia di accelerazione. L'accelerazione del motore si calcola come

$$\alpha_M = \frac{\Omega_M}{t_1} = \frac{565.5}{0.167} = 3386 \text{ rad/s}^2$$

alla quale corrisponde una coppia di accelerazione del carico esterno pari a

$$T_J = J_{eq} \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_{\max} = J_{eq} \alpha_M = 180 \cdot 10^{-6} \cdot 3386 = 0.61 \text{ Nm}$$

Oltre alla coppia inerziale, va tenuta in conto la coppia di attrito rapportata al motore. Il coefficiente di attrito acciaio su acciaio lubrificato è riportato tra i dati iniziali. La forza d'attrito del carrello e del carico sul piano di supporto vale:

$$F = (m_p + m_s) g \mu = (40 + 10) \cdot 9.81 \cdot 0.15 = 73.6 \text{ Nm}$$

Questa forza rappresenta una ulteriore coppia da vincere, che secondo le indicazioni già fornite a suo tempo vale

$$\tau_a = F \frac{p}{2\pi} = 73.6 \cdot \frac{0.005}{2\pi} = 58.6 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$$

Considerando poi una efficienza nell'accoppiamento pari al 60%, occorre che il motore produca una coppia

$$\tau_{am} = \frac{\tau_a}{\eta} = \frac{58.6 \cdot 10^{-3}}{0.6} = 97.6 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$$

Quindi il motore è chiamato a vincere una coppia di carico data da

$$\tau_L = \tau_J + \tau_{am} = 0.61 + 97.6 \cdot 10^{-3} = 0.7 \text{ Nm}$$

Dimensionamento del servomotore. Si sceglie un motore che abbia una coppia nominale superiore ad almeno due volte quella richiesta:

$$\tau_N \geq 2\tau_L = 1.4 \text{ Nm}$$

ed una velocità nominale almeno pari a quella massima calcolata:

$$\Omega_N \geq \Omega_M = 565.5 \frac{60}{2\pi} = 5400 \text{ rpm}$$

Dal catalogo, di cui si riporta la parte saliente, si sceglie il motore S56-03/6, che ha una coppia nominale di 1.9 Nm alla velocità nominale di 6000 rpm. Il suo momento di inerzia è di $2.28 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$ e la sua coppia massima vale 6.6 Nm.

Servo motori S56-H 4 Poli (Alimentazione 3x400 V c.a.)

		3000 1/min				6000 1/min				
		S56 D6/3	S56 01/3	S56 02/3	S56 03/3	S56 D6/6	S56 01/6	S56 02/6	S56 03/6	
PRESTAZIONI										
Coppia di stallo ($\Delta\vartheta=100 \text{ K}$)	M_0	0,6	1,3	1,9	2,8	0,6	1,3	1,9	2,8	Nm
Velocità nominale	n	3000	3000	3000	3000	6000	6000	6000	6000	1/min
Potenza nominale	P_n	0,16	0,31	0,50	0,69	0,25	0,57	0,82	1,19	kW
Coppia nominale	M_n	0,5	1,0	1,6	2,2	0,4	0,9	1,3	1,9	Nm
Coppia di picco	M_{pk}	1,7	3,3	4,8	6,6	1,7	3,3	4,8	6,6	Nm
DATI FISICI										
Velocità massima	n_{max}	6000	6000	6000	6000	6000	6000	6000	6000	1/min
Inerzia rotore	J	0,73	1,40	1,84	2,28	0,73	1,40	1,84	2,28	10^{-4} kgm^2
Accelerazione alla coppia di picco	a_{pk}	23300	23600	26100	28900	23300	23600	26100	28900	rad/s ²
DATI TERMICI										
Costante di tempo termica	T_t	50	45	76	95	50	45	76	95	min
Soglia d'intervento protezione	ϑ_{max}	140	140	140	140	140	140	140	140	°C
DATI ELETTRICI										
Numero poli	$2p$	4	4	4	4	4	4	4	4	
Connessione		Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	
Costante di tensione	K_e	0,84	0,84	0,84	0,84	0,42	0,42	0,42	0,42	Vs
Costante di coppia	K_t	1,45	1,45	1,45	1,45	0,73	0,73	0,73	0,73	Nm/A
Resistenza concatenata (20°C)*	R_w	160	53	29	19	39	13	8	5	Ω
Induttanza concatenata*	L_w	395	177	118	80	98	45	30	20	mH
F.c.e.m. alla velocità nominale	E_n	263	263	263	263	263	263	263	263	V
Corrente di stallo	I_0	0,4	0,9	1,3	1,9	0,8	1,8	2,6	3,6	Arms
Corrente nominale	I_n	0,3	0,7	1,1	1,5	0,6	1,2	1,8	2,6	Arms
Corrente di picco	I_{pk}	1,2	2,3	3,3	4,6	2,3	4,6	6,6	9,1	Arms

* misurata fra i morsetti di alimentazione

Verifica della scelta del motore. Viene calcolato innanzitutto il momento di inerzia totale:

$$J_{tot} = J_{mot} + J_{eq} = (228 + 180) \cdot 10^{-6} = 408 \cdot 10^{-6} \text{ Kg} \text{m}^2$$

Dunque la coppia che deve erogare il motore durante l'accelerazione vale

$$\tau_{acc} = 1.2 \cdot J_{tot} \cdot \alpha_M + \tau_{am} = 1.2 \cdot 408 \cdot 10^{-6} \cdot 3386 + 97.6 \cdot 10^{-3} = 1.75 Nm$$

in cui si è tenuto un margine del 20% per considerare eventuali imprecisioni nella determinazione dei momenti di inerzia. Si può notare che essendo tale coppia inferiore non solo alla coppia massima (requisito indispensabile) ma anche alla coppia nominale, non vi saranno imposizioni nel funzionamento circa la massima durata delle accelerazioni. La coppia durante la decelerazione risulta inferiore a quella durante l'accelerazione, perchè gli attriti in questo caso operano una favorevole azione frenante:

$$\tau_{dec} = -1.2 \cdot J_{tot} \cdot \alpha_M + \tau_{am} = -1.2 \cdot 408 \cdot 10^{-6} \cdot 3386 + 97.6 \cdot 10^{-3} = -1.56 Nm$$

Agli effetti termici, che sono quelli che determinano il dato di targa della coppia nominale, è importante valutare la coppia efficace:

$$\tau_{eff} = \sqrt{\frac{\tau_{acc}^2 t_1 + \tau_{am}^2 t_2 + \tau_{dec}^2 t_3}{T_1 + T_2}} = \sqrt{\frac{(1.75)^2 0.167 + (97.6 \cdot 10^{-3})^2 0.167 + (-1.56)^2 0.167}{0.5 + 0.25}} = 1.11 Nm$$

Essa appare come una media quadratica perchè, intuitivamente, gli effetti del riscaldamento variano con il quadrato della corrente, che in un servomotore brushless è direttamente proporzionale alla coppia richiesta. Il motore selezionato risulta confermato, dato che vengono soddisfatte le disequazioni seguenti:

$$\tau_{eff} \leq \tau_N \quad \tau_{acc} \leq \tau_{pk}$$

I.8 - Gradi di protezione IP e modalità operative degli azionamenti elettrici.

E' un numero a due cifre riportato solitamente tra i dati di targa di un motore o, più in generale, di una apparecchiatura elettrica. La prima cifra indica il grado di protezione contro il contatto e l'intrusione di corpi estranei. Con la seconda cifra si indica il grado di protezione contro la penetrazione di acqua. In luoghi e locali, dove possono avvenire scoppi ed esplosioni, devono essere inserite macchine particolarmente protette. Le macchine protette contro gli scoppi sono indicati con (Sch) e contro le esplosioni con (Ex). Con lettere alfabetiche minuscole, aggiunte a (Sch) e a (Ex), si indica ancora una protezione particolare. Inoltre può essere indicato ancora il gruppo di infiammabilità e la classe di esplosione. Lo standard è riportato nelle due tabelle seguenti, relative rispettivamente alla prima ed alla seconda cifra dell'IP.

Tab.I.8.a - Grado di protezione contro le scariche e i corpi estranei.

1^ cifra	Denominazione	Spiegazione
0	Nessuna protezione	Nessuna particolare protezione per le persone contro una scarica diretta di parti attive o in movimento. Nessuna protezione della macchina contro l'introduzione di corpi estranei.
1	Protezione contro corpi estranei grandi	Protezione contro il contatto occasionale di grandi superfici e di parti in movimento interne, ad es. con la mano, ma nessuna protezione per l'accesso intenzionale a queste parti. Protezione contro la penetrazione di corpi estranei fissi con un diametro maggiore di 50 mm.
2	Protezione contro corpi estranei di grandezza media	Protezione contro il contatto con le dita di parti interne attive o in movimento. Protezione contro la penetrazione di corpi estranei fissi con un diametro maggiore di 12 mm.

3	Protezione contro corpi estranei piccoli	Protezione contro il contatto di parti attive in movimento interne con attrezzi, fili o simili di spessore maggiore di 2,5 mm. Protezione contro la penetrazione di corpi estranei fissi con un diametro superiore a 2,5 mm.
4	Protezione contro corpi estranei granulari	Protezione contro il contatto di parti attive con attrezzi, fili o simili con uno spessore maggiore di un millimetro. Protezione contro la penetrazione di corpi fissi con un diametro maggiore di un millimetro.
5	Protezione contro depositi di polvere	Protezione completa contro il contatto di parti attive o in movimento. Protezione contro i depositi di polvere dannosi. La penetrazione di polvere non si può evitare completamente ma essa non può penetrare in quantità tale da danneggiare la macchina.
6	Protezione contro la polvere	Protezione completa contro il contatto di parti attive o in movimento interne. Protezione contro la penetrazione di polvere.

Tab.I.8.b - Grado di protezione contro l'acqua.

2^ cifra	Denominazione	Spiegazione
0	Nessuna protezione	Nessuna protezione particolare.
1	Protezione contro le gocce d'acqua cadenti verticalmente	Gocce d'acqua, che cadono verticalmente, non possono avere alcun effetto dannoso.
2	Protezione contro le gocce d'acqua che cadono obliquamente.	Gocce d'acqua, che cadono dall'alto con un angolo fino a 15° non possono avere alcun effetto dannoso.
3	Protezione contro l'acqua a spruzzo.	L'acqua, che cade con un angolo fino a 60° rispetto alla caduta in verticale, non può avere alcun effetto dannoso.
4	Protezione contro gli spruzzi.	L'acqua che spruzza da tutte le direzioni contro la macchina non può avere alcun effetto dannoso.
5	Protezione contro il getto di manichetta.	Un getto d'acqua da uno spruzzatore, che viene indirizzato da tutte le direzioni contro la macchina non può avere alcun effetto dannoso.
6	Protezione contro le inondazioni.	L'acqua, in una inondazione temporanea, ad es. con il mare grosso, non può penetrare in quantità dannosa nella macchina.
7	Protezione contro l'immersione parziale.	L'acqua non può penetrare in quantità dannosa, se la macchina viene immersa nell'acqua, se si osservano le condizioni di pressione e di tempo stabilite.
8	Protezione in immersione.	L'acqua non può penetrare in quantità dannosa se la macchina viene immersa nell'acqua.

Tab.I.8.c - Indicazioni speciali.

Simbolo	Significato
Sch	Protezione contro gli scoppi
Ex	Protezione contro le esplosioni
d	Custodia resistente alla compressione
p	Custodia di protezione a piastre
o	Custodia con olio
f	Ventilazione separata
e	Sicurezza aumentata
s	Tipo di protezione speciale
i	Sicurezza intrinseca

Modalità operative degli azionamenti elettrici. Se ad un attuatore viene connesso un carico, aumentano le sue perdite. Perciò si riscalda. La temperatura di funzionamento della macchina dipende inoltre anche dal ciclo di lavoro e dalla frequenza di inserimento e di disinserimento. Si distinguono convenzionalmente otto modalità operative. Esse vengono indicate con S1-S8. Con esse, in generale, possono essere descritte tutte le condizioni di carico.

S1 - Funzionamento continuo. E' il funzionamento con carico costante. Il carico viene applicato per un tempo così lungo che la temperatura della macchina raggiunge un valore massimo e non cambia poi quasi più (Fig.I.9.d -a).

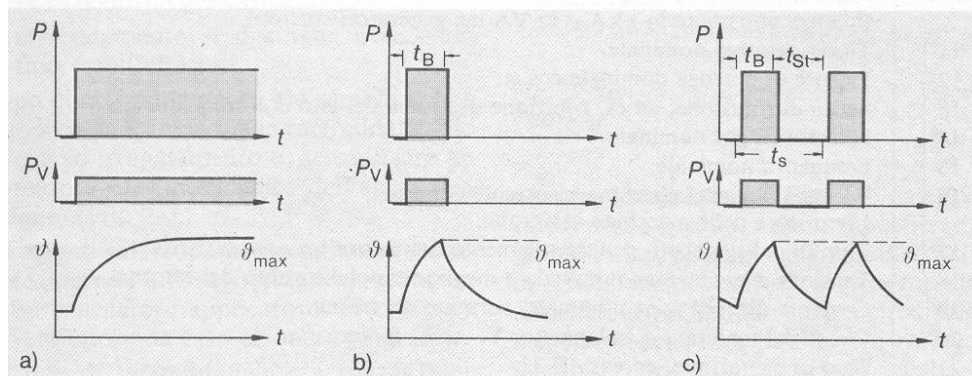


Fig.I.9.d - Modi di funzionamento di un azionamento.

S2 - Funzionamento di breve durata. Si ha quando le condizioni di carico non durano così a lungo da permettere il raggiungimento delle temperature massime. La pausa seguente è così lunga che la macchina si può nuovamente raffreddare (Fig.I.9.d -b).

S3- S5 - Funzionamento intermittente. La macchina viene pure caricata per breve tempo. La pausa non è sufficiente però a far raffreddare la macchina. Questa viene azionata con una serie di cicli dello stesso tipo. Con ciclo si intende la successione temporale di diversi stadi di funzionamento (Fig.I.9.d -c). Se il processo d'avviamento ha influenza, si ha il tipo di funzionamento S5.

S6-S8 - Funzionamento ininterrotto con carico variabile. Si distingue ancora tra carico intermittente (S6), funzionamento con avviamento difficile e frenatura elettrica (S7) e funzionamento con variazione periodica del numero di giri (S8).

Sulla targa della macchina viene indicato uno di questi tipi di funzionamento. Se manca questa indicazione la macchina è progettata per il servizio continuo (S1). Sulla targa standardizzata secondo la norma DIN 42961, sono indicati valore e durata delle grandezze elettriche e meccaniche in funzionamento nominale e il tipo di protezione.

Azionamenti con motore trifase a induzione.

Struttura e principio di funzionamento. I motori a induzione, o asincroni, trifase costituiscono una delle categorie di motori in corrente alternata fra le più diffuse nelle applicazioni industriali, a velocità fissa e variabile. La conversione elettromeccanica che essi attuano segue il principio di funzionamento dei sistemi a induzione. Una rappresentazione schematica della struttura di un motore asincrono a due poli è mostrata in Fig.1.

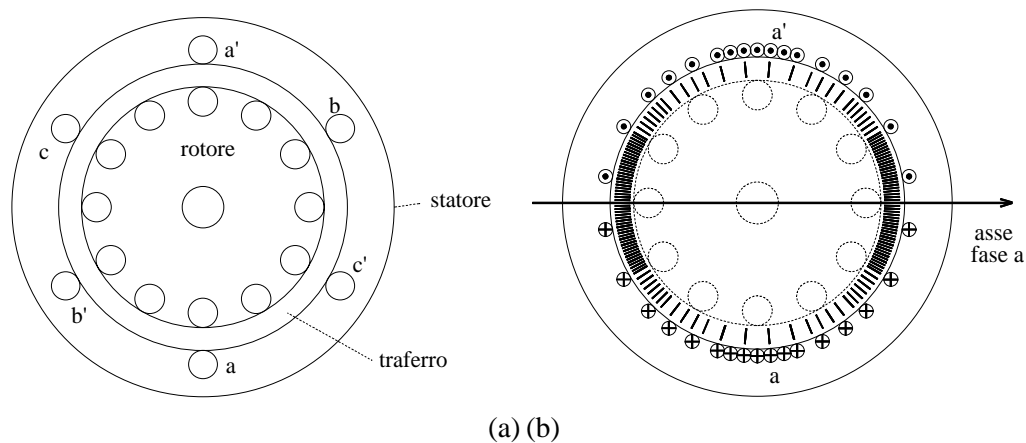


Fig.1 - (a) - Rappresentazione schematica di un motore ad induzione
(b) - Particolare dell'avvolgimento della fase a

Esso comprende uno *statore* (*parte fissa*) e un *rotore* (*parte mobile*) entrambi a forma di corona cilindrica di materiale ferromagnetico laminato e separati da un *traferro* in aria. Sulle superfici cilindriche di statore e rotore che si affacciano al traferro sono ricavate, secondo la direzione delle generatrici, le *cave* di statore e di rotore destinate a contenere l'*avvolgimento statorico* e *rotorico* rispettivamente (omesse per chiarezza grafica nella Fig.1). L'avvolgimento di statore è per tutto simile a quello di un motore brushless sinusoidale. Le sue tre *fasi* fanno capo alla morsettiera del motore attraverso la quale esso può essere alimentato da una sorgente trifase esterna. Il circuito di rotore può essere realizzato con un avvolgimento trifase distribuito, del tutto analogo a quello di statore (*rotore avvolto*), i cui terminali fanno capo a tre anelli su cui strisciano tre spazzole che consentono il collegamento dell'avvolgimento rotorico ad un circuito esterno. Molto più spesso, comunque, il circuito di rotore è realizzato mediante un insieme di sbarre di alluminio (una per ogni cava) fra loro tutte collegate alle due estremità da due anelli, così a realizzare una struttura comunemente denominata *rotore a gabbia*. Tale struttura, sottoposta all'azione del campo magnetico prodotto dall'avvolgimento statorico, si comporta come un avvolgimento trifase dello stesso tipo e con lo stesso numero di poli di quello di statore. D'ora in poi si farà dunque riferimento per il rotore ad un avvolgimento trifase distribuito del tutto simile a quello di statore, senza più preoccuparsi di quale sia l'effettiva struttura costruttiva del rotore stesso. Per richiamare il funzionamento del motore a induzione si può partire dalle equazioni generali di bilancio delle tensioni delle sue fasi a,b,c statoriche e rotoriche, che con la convenzione degli utilizzatori sono per lo statore:

$$u_{sa} = R_s i_{sa} + \frac{d\lambda_{sa}}{dt}; \quad u_{sb} = R_s i_{sb} + \frac{d\lambda_{sb}}{dt}; \quad u_{sc} = R_s i_{sc} + \frac{d\lambda_{sc}}{dt} \quad (1)$$

e per il rotore

$$0 = R_r i_{ra} + \frac{d\lambda_{ra}}{dt}; \quad 0 = R_r i_{rb} + \frac{d\lambda_{rb}}{dt}; \quad 0 = R_r i_{rc} + \frac{d\lambda_{rc}}{dt} \quad (2)$$

dove si è omessa per semplicità la dipendenza dal tempo delle tensioni u , delle correnti i e dei flussi concatenati λ . Ciascuno dei flussi concatenati che appare nelle (1) e (2) è dovuto all'effetto combinato di tutte le correnti presenti nel motore. Assumendo che il circuito magnetico sia privo di correnti parassite ed inoltre non manifesti saturazione e isteresi magnetiche, ciascun flusso concatenato, per esempio λ_{sa} , potrà essere espresso come:

$$\lambda_{sa} = \lambda_{ssa} + \lambda_{sra} \quad (3)$$

ove i due contributi sono:

$$\lambda_{ssa} = L_{ss}i_{sa} + M_{ss}i_{sb} + M_{ss}i_{sc} \quad (4)$$

$$\lambda_{sra} = M_{sr}\cos(\vartheta_{me})i_{ra} + M_{sr}\cos(\vartheta_{me} + 2\pi/3)i_{rb} + M_{sr}\cos(\vartheta_{me} + 4\pi/3)i_{rc} \quad (5)$$

Per la simmetria cilindrica e l'isotropia della struttura, si è posto costante, ovvero indipendente dalla posizione ϑ_{me} del rotore, il coefficiente L_{ss} di auto induzione della fase di statore, costanti e uguali i coefficienti di mutua induzione $-|M_{SS}|$ fra le fasi di statore b e c e la fase a. Ripetendo le (3) per le altre cinque fasi e unendo le espressioni dei flussi così ottenute alle (1) e (2) si ottiene il sistema differenziale che descrive la dinamica elettrica del motore in esame. Appare evidente la sua complessità dovuta anche alla dipendenza di alcuni suoi coefficienti dalla posizione rotorica.

Analisi del funzionamento in regime sinusoidale. Le equazioni di tensione per una fase di statore e di rotore, scritte secondo la convenzione dei fasori temporali⁴, sono rispettivamente le seguenti:

$$\dot{U}_s = R_s \dot{I}_s + j\Omega_s L_t \dot{I}_s + j\Omega_s \frac{L_m}{L_r} \dot{\Lambda}_r \quad 0 = R_r \dot{I}_r + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \dot{\Lambda}_r \quad (6)$$

Il flusso di rotore è prodotto dalle correnti di statore e di rotore, secondo la seguente espressione:

$$\dot{\Lambda}_r = L_r \dot{I}_r + L_m \dot{I}_s \quad (7)$$

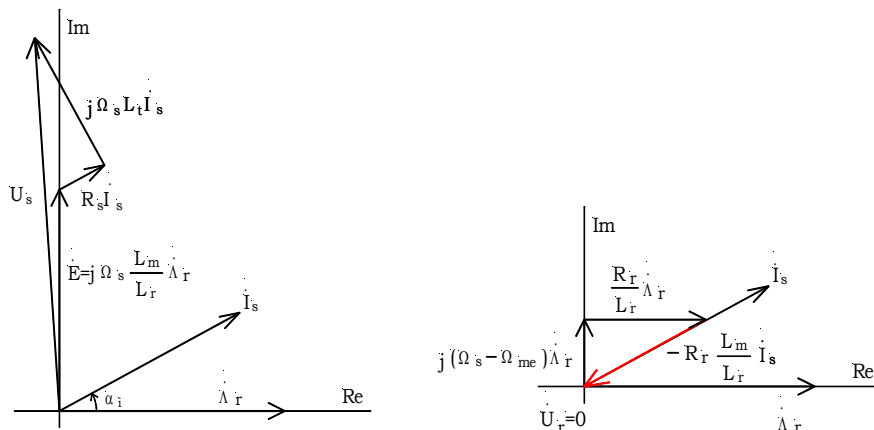
ed eliminando la corrente di rotore dalla seconda delle (6) si ottiene

$$0 = \frac{R_r}{L_r} \dot{\Lambda}_r - R_r \frac{L_m}{L_r} \dot{I}_s + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \dot{\Lambda}_r \quad (8)$$

dove $L_s=L_{SS}+|M_{SS}|$ e $L_r=L_{rr}+|M_{rr}|$ prendono rispettivamente il nome di induttanza (sincrona) di statore e di rotore $L_t=L_s-L_m^2/L_r$ è detta *induttanza transitoria (transient inductance)* o *induttanza di dispersione totale*. Si è indicata con Ω_s la velocità angolare del flusso di rotore, che naturalmente a regime coincide con la pulsazione di tutte le grandezze elettriche presenti nella macchina. Un'altra equazione importante lega l'ampiezza del flusso di rotore a quella della corrente di statore:

$$|\dot{\Lambda}_r| = L_m |\dot{I}_s| \cos(\alpha_i) \quad (9)$$

Scegliendo un sistema di assi cartesiani con l'asse reale coincidente con il flusso di rotore Λ_r , si ottengono i seguenti diagrammi fasoriali:



⁴Molto spesso, per convenzione, i fasori temporali vengono scritti con un modulo pari al valore efficace delle grandezze sinusoidali a cui si riferiscono. Nella presente trattazione, che deriva da quella più generale dei vettori spaziali, si considerano invece fasori temporali che hanno ampiezza pari al valore massimo delle grandezze sinusoidali.

La grandezza $\Omega_s - \Omega_{me}$ si definisce pulsazione di scorrimento e rappresenta la differenza tra la velocità di rotazione del campo magnetico rotante al traferro e la velocità meccanico-elettrica. Quest'ultima è in generale legata alla velocità meccanica Ω_m del rotore dall'espressione $\Omega_{me} = p \cdot \Omega_m$. Si noti che per un motore con una sola coppia polare ($p=1$) Ω_m e Ω_{me} coincidono. Basandosi sui bilanci energetici, è possibile ricavare per la coppia un'espressione particolarmente significativa:

$$T = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} |\dot{\lambda}_r| |i_s| \sin(\alpha_i) \quad (10)$$

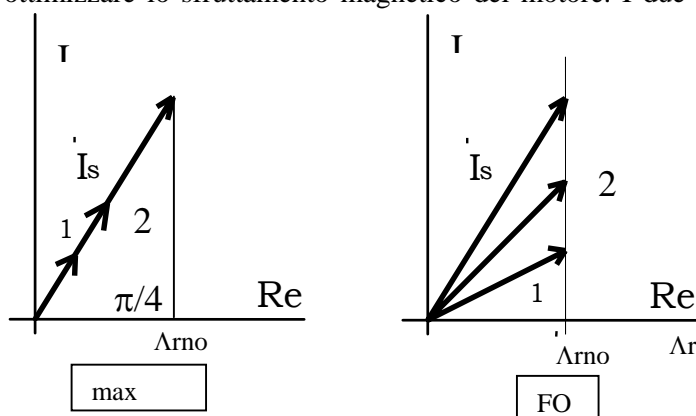
dove α_i è la fase del fasore di corrente rispetto a quello del flusso di rotore, denominata anche *l'angolo di coppia*. A differenza del motore sincrono a magneti permanenti, nel motore asincrono il flusso di rotore non è generato da un magnete, ma dalle correnti di rotore che nascono per effetto delle fem indotte dal campo magnetico di statore. La (10) racchiude il delicato concetto che le correnti di statore generano la coppia sia intervenendo direttamente, che attraverso la formazione del flusso di rotore. Nel motore in corrente continua ad eccitazione indipendente questi ruoli erano separati, ed affidati rispettivamente alla corrente d'armatura e alla corrente magnetizzante. Il loro controllo distinto porta ad elevate prestazioni dinamiche. Allo stesso modo, i metodi di controllo più avanzati del motore asincrono (controllo ad orientamento di campo) operano agendo separatamente sulla parte che produce flusso (*flux-producing component*) e su quella che produce coppia (*torque-producing component*). Si ottiene così di poter sfruttare per gli azionamenti per motori asincroni molti dei risultati ottenuti con gli azionamenti in continua, emulandone le prestazioni dinamiche.

Una prima osservazione è relativa alla necessità di avere una pulsazione di scorrimento diversa da zero. In caso contrario, l'equazione di tensione di rotore potrebbe essere soddisfatta solo se il flusso di rotore e la corrente di statore fossero in fase ($\alpha_i=0$), ma verrebbe prodotta una coppia nulla.

Nei motori sincroni a magneti permanenti la condizione di massima coppia a parità di modulo di corrente di statore si otteneva controllando la fase della corrente, ed in particolare imponendo che essa fosse in quadratura con il campo magnetico di rotore ($\alpha_i = \pi/2$). Si noti che nel motore asincrono non è più possibile agire in questo modo, perchè imponendo $\alpha_i = \pi/2$ si annullerebbe il flusso di rotore (eq.7). Sostituendo la (9) nella (10) si ottiene

$$T = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} |i_s|^2 \sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i) \quad (11)$$

La condizione di massima coppia a parità di corrente nel caso del motore asincrono si ha allora scegliendo l'angolo $\alpha_i = \pi/4$, che massimizza il prodotto $\sin(\alpha_i) \cos(\alpha_i)$. Questa condizione non è quella che normalmente si prende il nome di orientamento di campo per gli azionamenti con motore asincrono. Infatti, quest'ultima tende a mantenere un campo costante e vicino al nominale, per ottimizzare lo sfruttamento magnetico del motore. I due diversi metodi operativi, che hanno diretto



impatto sugli algoritmi di controllo, sono schematizzati in Fig.2.

Si può notare come a parità di richiesta di coppia (casi 1 e 2) il FOC richieda più corrente di statore rispetto al "max $T/|i_s|$ ". Al variare della coppia richiesta dal carico, la tecnica FOC non varia l'ampiezza del il flusso di rotore, che è legato a circuiti con costanti di tempo elevate. In questo modo si ottimizzano

le prestazioni dinamiche dell'azionamento, ed è per questo che il FOC viene universalmente impiegato al posto della più efficiente tecnica "max T/|I_s|". I metodi di controllo che valutano e controllano le fasi dei fasori delle grandezze coinvolte, e che quindi usano estesamente la formula (10) si dicono metodi di controllo vettoriale. In alternativa, esistono e sono molto diffusi metodi di controllo più semplici, che si basano su una formulazione classica delle equazioni del motore, che porta alla creazione di un circuito elettrico equivalente del motore asincrono. Il circuito equivalente può essere ricavato manipolando opportunamente le eq. (6) e (8). Dalla seconda delle (6) si trova:

$$\dot{\Lambda}_r = \frac{R_r I_r}{j(\Omega_{me} - \Omega_s)} \quad \rightarrow \quad -j\Omega_{me} \dot{\Lambda}_r = \frac{-j\Omega_{me} R_r I_r}{j(\Omega_{me} - \Omega_s)} = R_r \frac{1-s}{s} \dot{I}_r \quad (12)$$

dove si è definito lo scorrimento $s = \frac{\Omega_s - \Omega_{me}}{\Omega_s}$.

Dunque la equazione di tensione di rotore può essere scritta come

$$0 = R_r I_r + j\Omega_s \dot{\Lambda}_r + R_r \frac{1-s}{s} \dot{I}_r = j\Omega_s L_r I_r + j\Omega_s L_m \dot{I}_s + R_r \dot{I}_r + R_r \frac{1-s}{s} \dot{I}_r \quad (13)$$

Sostituendo poi la (7) nella prima delle (6) si ottiene una espressione più semplice anche per la tensione di statore:

$$\dot{U}_s = R_s \dot{I}_s + j\Omega_s \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \dot{I}_s + j\Omega_s \frac{L_m}{L_r} (L_r \dot{I}_r + L_m \dot{I}_s) = R_s \dot{I}_s + j\Omega_s L_s \dot{I}_s + j\Omega_s L_m \dot{I}_r \quad (14)$$

E dalla (13) e (14) si può infine derivare il circuito elettrico equivalente del motore asincrono, riportato in Fig.3.

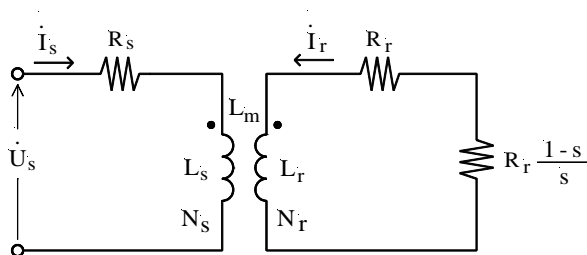


Fig.3 - Circuito elettrico equivalente di una fase del motore asincrono

Con $n=N_s/N_r$ si indica il rapporto di trasformazione tra il numero di spire effettive di una fase di statore N_s e di una di rotore N_r . Si intende che tali valori siano comprensivi dei coefficienti che servono a ricondurre un avvolgimento distribuito ad uno di tipo concentrato agli effetti del calcolo del flusso concatenato con ciascun avvolgimento. La parte di flusso prodotto dallo statore e non trasmesso al rotore è di fatto un flusso disperso, che vale:

$$L_s \dot{I}_s - \frac{L_m \dot{I}_s}{N_r} N_s \quad (15)$$

E' possibile definire l'*induttanza di dispersione di statore* $L_{\sigma s}$ che, interessata dalla corrente I_s produca tale flusso disperso:

$$L_{\sigma s} = L_s - L_m N_s / N_r \quad (16)$$

In modo del tutto analogo è possibile definire l'*induttanza di dispersione del rotore* $L_{\sigma r}$ come:

$$L_{\sigma r} = L_r - \frac{L_m}{N_s/N_r} \quad (17)$$

Alcuni passaggi algebrici, qui omissi per semplicità, portano alla definizione di un circuito elettrico equivalente derivato da quello di Fig.3:

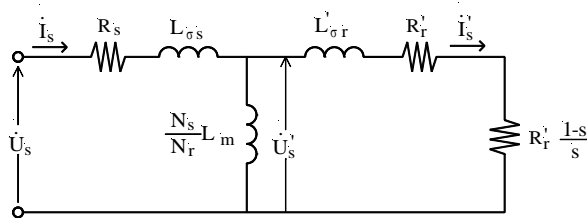


Fig.4 - Circuito equivalente di una fase del motore, in regime sinusoidale

Dove si sono indicate $L'_{\sigma r} = n^2 L_{\sigma r}$ e $R'_r = n^2 R_r$. Spesso all'induttanza $N_s L_m / N_r$ viene dato il nome di *induttanza principale di statore*, intendendo che quando essa è interessata dalla corrente di statore I_s produce il flusso concatenato che, sommato a quello disperso generato da L_{σ} , compone l'intero flusso concatenato prodotto dalle correnti statoriche Λ_s (eq.16). Facendo attenzione a non travisare il significato dei termini, all'induttanza principale di statore si può associare il *flusso concatenato al traferro* prodotto dallo statore. Si può dimostrare che la potenza dissipata su $R'_r(1-s)/s$ continui a rappresentare la potenza meccanica, in questo caso relativa ad una fase del motore, in regime sinusoidale. Osservando la Fig.4 si può scrivere allora:

$$|I'_s|^2 = \frac{|U'_s|^2}{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (\Omega_s L'_{\sigma r})^2} = \frac{s^2 |U'_s|^2}{(R'_r)^2 + (s\Omega_s L'_{\sigma r})^2} = \frac{s^2 |U'_s|^2}{n^4 [(R_r)^2 + (s\Omega_s L_{\sigma r})^2]} \quad (18)$$

$$P_{mecc} = \frac{3}{2} R'_r \frac{1-s}{s} |I'_s|^2 = \frac{3}{2} n^2 R_r \frac{1-s}{s} \frac{s^2 |U'_s|^2}{n^4 [(R_r)^2 + (s\Omega_s L_{\sigma r})^2]} = \frac{3}{n^2} R_r (1-s) \frac{|U'_s|^2}{2 [(R_r)^2 + (s\Omega_s L_{\sigma r})^2]}$$

A questo punto si può notare che vale la relazione:

$$(1-s) = \left(1 - \frac{\Omega_s - \Omega_{me}}{\Omega_s}\right) = \frac{\Omega_{me}}{\Omega_s} = \frac{p\Omega_m}{\Omega_s}$$

che, sostituita nell'espressione della potenza meccanica, porge:

$$P_{mecc} = \frac{3}{n^2} p\Omega_m \left(\frac{U'_{s,eff}}{\Omega_s}\right)^2 \frac{(\Omega_s - p\Omega_m)R_r}{(R_r)^2 + (s\Omega_s L_{\sigma r})^2} = T \cdot \Omega_m$$

e quindi l'espressione della coppia risulta

$$T = \frac{3p}{n^2} \left(\frac{U'_{s,eff}}{\Omega_s}\right)^2 \frac{(\Omega_s - p\Omega_m)R_r}{(R_r)^2 + (s\Omega_s L_{\sigma r})^2} \quad (19)$$

Tale funzione di Ω_m può essere studiata con i mezzi classici dell'analisi matematica. In particolare, uguagliando a zero la derivata dell'espressione della coppia in funzione della velocità meccanica Ω_m si

trova il punto di massimo della caratteristica meccanica del motore asincrono. Si tenga presente che $s = \Omega_s - p\Omega_m$.

$$\frac{\partial T}{\partial \Omega_m} = \frac{-p \left((R_r)^2 + (s\Omega_s L_{\sigma r})^2 \right) + s\Omega_s \cdot 2s\Omega_s L_{\sigma r}^2 p \cdot \frac{3p \left(\frac{U_s', eff}{\Omega_s} \right)^2}{n^2}}{\left((R_r)^2 + (s\Omega_s L_{\sigma r})^2 \right)^2} R_r = 0$$

Il massimo si ha quando

$$(R_r)^2 + (s\Omega_s L_{\sigma r})^2 = 2(s\Omega_s)^2 L_{\sigma r}^2 \rightarrow R_r^2 = (s\Omega_s)^2 L_{\sigma r}^2 \rightarrow (\Omega_s - p\Omega_m)^2 = \frac{R_r^2}{L_{\sigma r}^2}$$

Dividendo ambo i membri per Ω_s si trova l'espressione dello scorrimento al quale si ha la coppia massima, che vale

$$s_{\max} = \frac{R_r}{\Omega_s L_{\sigma r}} \quad \text{e corrispondentemente} \quad T_{\max} = \frac{3p \left(\frac{U_s', eff}{\Omega_s} \right)^2}{n^2} \frac{1}{2L_{\sigma r}} \quad (20)$$

Si può osservare come lo scorrimento di coppia massima NON dipenda dalla tensione di alimentazione, ma solo dai parametri del motore e dalla pulsazione sincrona. Allo stesso modo, è importante notare come la massima coppia ottenibile non dipenda dalla resistenza di rotore, ma solo dalla sua induttanza di dispersione.